

# SISTEMA DE RECUPERACIÓN DE MATERIAS PENDIENTES curso 2024/25

## REFUERZO DE MATEMÁTICAS 2ºESO

### 2º ESO

Para recuperar la materia de **REFUERZO DE MATEMÁTICAS** de **2º ESO** los alumnos/as tienen **dos convocatorias** a lo largo del curso:

- Examen global **convocatoria extraoficial** (fecha por determinar a finales de septiembre - principios de octubre de 2024)
- Examen global **convocatoria final** (fecha por determinar mayo / junio 2025).

En este documento se adjunta una colección de ejercicios de los distintos temas del curso con cuya presentación **voluntaria** al docente correspondiente, **el día del examen, servirá para sumar hasta 1 punto a la nota del examen**. Estas actividades inciden sobre los contenidos de la materia más relevantes que resultan indispensables para la superación de la misma. **No se tendrá en cuenta la calificación de los ejercicios, a no ser que se alcance una nota mínima de 4 en el examen**. En este caso, la calificación final de la asignatura será la suma de la nota del examen y de los ejercicios. Para superar la materia es necesaria una calificación igual o superior a 5.

Las actividades no son obligatorias, pero sí muy recomendables, y **en ningún caso se admitirán pasada la fecha del examen**.

Los alumnos y las alumnas con **adaptación curricular significativa** en la materia pendiente realizarán unas actividades diferentes a las adjuntas a este documento y pruebas objetivas adecuadas a su nivel competencial.

Los contenidos a evaluar son los siguientes:

- A. Números y operaciones
- B. Medida y geometría
- C. Álgebra

# 1

## OBJETIVO 1

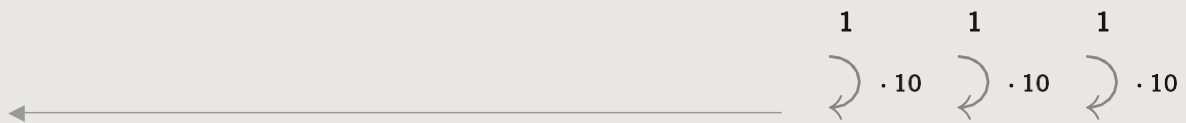
# CONOCER LA ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

- 1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.
- 2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

MILLONES (MM)			MILLARES (M)			UNIDADES (U)		
Centena de millón	Decena de millón	Unidad de millón	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U



**1** Observa el siguiente número y completa.

UMM	CM	DM	UM	C	D	U
-----	----	----	----	---	---	---

8      7      0      6      2      6      5



Se lee .....

**2** Expresa con cifras los números y colócalos en orden.

- a) Tres millones cuatrocientos cinco mil ciento veinte.
- b) Cincuenta mil ochocientos treinta y nueve.
- c) Mil seis.
- d) Doscientos ocho mil quinientos setenta y siete.
- e) Diecisiete mil novecientos cincuenta y dos.
- f) Tres mil quinientos cincuenta y siete.
- g) Doce.
- h) Setecientos treinta y dos.

UMM	CM	DM	UM	C	D	U

- 3 Completa la tabla, indicando el orden de unidades y el valor de la cifra 7 en cada número.

NÚMERO	ORDEN DE UNIDADES	VALOR	SE LEE
15.728	Centenas	700	Quince mil setecientos veintiocho
			Setenta y cuatro mil ciento cincuenta y seis
1.967			
87.003			Ochenta y siete mil tres
415			
			Cuarenta y cinco

- 4 Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números.

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA
432.100	$400.000 + 30.000 + 2.000 + 100$
234.912	
3.432.000	
32.111.120	
1.540.003	
533	

- 5 Escribe el número que representa cada descomposición polinómica.

DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	NÚMERO
$5.000.000 + 300.000 + 70.000 + 8.000 + 100 + 50 + 6$	
$700.000 + 9.000 + 500 + 40 + 1$	
$10 \text{ UMM} + 80 \text{ CM} + 40 \text{ DM} + 1 \text{ UM}$	
$4 \text{ DM} + 5 \text{ UM} + 8 \text{ C} + 6 \text{ D} + 9 \text{ U}$	
$7 \text{ UM} + 0 \text{ C} + 4 \text{ D} + 1 \text{ U}$	
$23 \text{ DMM} + 15 \text{ UMM} + 1 \text{ CM} + 10 \text{ DM} + 4 \text{ UM}$	

# 1

Para ordenar una serie de números los colocamos de mayor a menor, o viceversa.  
Se utilizan los símbolos:

> mayor que	$75.460 > 56.123$	$318 > 316$
< menor que	$8.937 < 8.990$	$24 < 27$

**6** Escribe 4 números anteriores y posteriores a 8.475.

Anteriores	8.475	Posteriores
.....		.....
.....		.....
.....		.....
.....		.....

**7** Forma 6 números de 4 cifras con los números de las siguientes figuras.  
Ordénalos de menor a mayor (<).

●    ●	● ● ● ● ● ● ● ●	● ● ● ● ● ● ● ●	● ●   ● ●	Números: .....	.....
				.....	.....
				.....	.....

Ordenación:

..... < ..... < ..... < ..... < ..... < .....

**8** Dados los siguientes números, colócalos en su lugar correspondiente.

17.630	7.478	15.080	51.498	5.478	7.500
.....	.....	.....	15.080	.....	.....

**9** Por un aeropuerto han pasado en 8 días los siguientes números de pasajeros.  
24.789, 33.990, 17.462, 26.731, 30.175, 28.430, 31.305, 19.853

Ordena los números de pasajeros en orden creciente, de menor a mayor.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**SUMA O ADICIÓN**

Los términos de la adición se llaman **sumandos**.

El resultado es la suma o total.

**EJEMPLO**

En una piscifactoría se introducen un día 24.350 truchas, otro día 18.812 y un tercero 9.906. ¿Cuántas truchas hay?

	DM	UM	C	D	U	
	2	4	3	5	0	→ → →
	1	8	8	1	2	
+		9	9	0	6	
	5	3	0	6	8	→ SUMA o TOTAL

**RESTA O SUSTRACCIÓN**

Los términos de la sustracción se llaman **minuendo** y **sustraendo**.

El resultado es la resta o diferencia.

**Prueba de la resta**

Para comprobar si una resta es correcta, la suma del sustraendo y la diferencia debe dar el minuendo:

$$\text{sustraendo} + \text{diferencia} = \text{minuendo}$$

**EJEMPLO**

Una piscina tiene una capacidad de 15.000 litros de agua. Han aparecido unas grietas y se han salido 1.568 litros. ¿Qué capacidad tiene ahora?

	DM	UM	C	D	U	
	1	5	0	0	0	→ → →
-		1	5	6	8	
	1	3	4	3	2	

Comprobación:

	DM	UM	C	D	U	
		1	5	6	8	→ → →
+	1	3	4	3	2	
	1	5	0	0	0	

# 1

## 1 Efectúa las siguientes operaciones.

a)  $23.612 + 915 + 1.036 =$

b)  $114.308 + 24.561 + 37 =$

## 2 Completa con las cifras correspondientes.

$$\begin{array}{r} 1 \quad \square \quad 4 \quad 4 \quad \square \quad 3 \\ + \quad \square \quad 5 \quad \square \quad \square \quad 7 \quad \square \\ \hline 6 \quad 9 \quad 1 \quad 0 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad 6 \quad \square \quad 3 \quad \square \\ - \quad 1 \quad 2 \quad \square \quad 8 \quad \square \quad 4 \\ \hline 4 \quad 1 \quad 5 \quad 6 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

La suma y la resta son operaciones inversas.

$$3.058 + 819 = 3.877 \quad 3.877 - 819 = 3.058$$

$$3.877 - 3.058 = 819$$

## 3 Completa las operaciones y escribe dos restas por cada suma.

a)  $5.665 + 1.335 =$

b)  $777 + 11.099 =$

La **multiplicación** es la suma de varios sumandos iguales.

Los términos de la multiplicación se denominan **factores**. El resultado final se llama **producto**.

### EJEMPLO

En una regata de barcos de vela hay 20 barcos con 4 tripulantes cada uno.

¿Cuántos tripulantes participan en total?

$$4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 \quad 20 \text{ veces} \rightarrow 4 \cdot 20 = 80 \text{ tripulantes}$$

## 4 Completa.

a)  $50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 = 50 \cdot \square = \square$

b)  $415 + 415 + 415 + 415 + 415 + 415 = \square \cdot \square = \square$

## 5 Efectúa las multiplicaciones.

×	80	65	12	10
7				
5				
8				
15				
20				

×	5	10	20	25
10				
100				
1.000				
10.000				
100.000				

La multiplicación de dos o más números se puede realizar de distintas maneras sin que el resultado varíe. Son las **propiedades conmutativa y asociativa**.

### EJEMPLO

Por una carretera circulan 6 camiones que transportan 10 coches cada uno. ¿Cuántos coches son?

**Conmutativa**

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ coches}$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ coches}$$

El resultado no varía:

$$6 \cdot 10 = 10 \cdot 6$$

Si cada uno de esos coches tiene 4 ruedas, ¿cuántas ruedas hay en total?

**Asociativa**

$$(6 \cdot 10) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240 \text{ ruedas} \quad 6 \cdot (10 \cdot 4) = 6 \cdot 40 = 240 \text{ ruedas}$$

El resultado no varía:

$$(6 \cdot 10) \cdot 4 = 6 \cdot (10 \cdot 4)$$

### 6 Completa.

a)  $8 \cdot 9 = 9 \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b)  $\dots\dots\dots \cdot 15 = 15 \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c)  $\dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

d)  $\dots\dots\dots \cdot 6 = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = 48$

### 7 Completa.

a)  $12 \cdot 4 \cdot 2 = 12 \cdot (4 \cdot 2) = 12 \cdot 8 = 96$

$12 \cdot 4 \cdot 2 = (12 \cdot 4) \cdot 2 = \dots\dots\dots \cdot 2 = \dots\dots\dots$

b)  $7 \cdot 10 \cdot 3 = 7 \cdot (10 \cdot 3) = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$7 \cdot 10 \cdot 3 = (7 \cdot 10) \cdot 3 = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c)  $11 \cdot 5 \cdot 6 =$

$11 \cdot 5 \cdot 6 =$

d)  $3 \cdot 5 \cdot 10 =$

$3 \cdot 5 \cdot 10 =$

**Dividir** es repartir una cantidad en partes iguales.

Los términos de la división se llaman **dividendo**, **divisor**, **cociente** y **resto**.

- **Dividendo:** cantidad que se reparte ( $D$ ).
- **Divisor:** número de partes que se hacen ( $d$ ).
- **Cociente:** cantidad que corresponde a cada parte ( $c$ ).
- **Resto:** cantidad que queda sin repartir ( $r$ ).

## EJEMPLO

Juan ha traído a clase 450 golosinas. Las reparte entre sus 25 compañeros.  
¿Cuántas golosinas le tocan a cada uno?

Dividendo:  $D = 450$

Divisor:  $d = 25$

Cociente:  $c = 18$

Resto:  $r = 0$

$$450 \overline{) 25}$$

200 18 golosinas le tocan a cada compañero.

0

En toda división se cumple que:

$$D = d \cdot c + r \text{ (propiedad fundamental de la división)}$$

La división puede ser:

- **Exacta.** Su resto es cero:  $r = 0$ .  
No sobra ninguna cantidad.
- **Inexacta.** Su resto no es cero:  $r \neq 0$  y  $r < d$ .  
Se denomina división entera.

## EJEMPLO

### Exacta

$$288 \overline{) 24}$$

48 12

0

$$288 = 24 \cdot 12$$

$$r = 0$$

### Inexacta

$$96 \overline{) 25}$$

21 3

$$96 = 25 \cdot 3 + 21$$

$$r = 21 \text{ y } 21 < 25$$

8 ¿Cuántas garrafas de 50 litros se pueden llenar con el contenido de cada uno de estos bidones?



garrafa



bidón



bidón



- 9 Resuelve las siguientes divisiones. Indica cuáles son exactas e inexactas. Utiliza la propiedad fundamental de la división.

a)  $609 : 3 =$

c)  $1.046 : 23 =$

b)  $305 : 15 =$

d)  $16.605 : 81 =$

- 10 Completa estas tablas.

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE
350	5	
54		9
	4	30

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE
	3	45
150		30
500	10	

- 11 Los 2.700 alumnos de un colegio van de campamento. ¿Pueden ir en autobuses de 55 plazas sin que sobre ninguno? ¿Y en autobuses de 30 plazas? Razona tus respuestas.

### OPERACIONES COMBINADAS

Para resolver operaciones combinadas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones...) hay que seguir un orden:

- 1.º Quitar **paréntesis**.
- 2.º Resolver las **multiplicaciones** y **divisiones** (en el orden en que aparecen).
- 3.º Resolver las **sumas** y **restas** (en el orden en que aparecen).

### EJEMPLO

$$725 - (60 \cdot 7 + 10) = 725 - (420 + 10) = 725 - 430 = 295$$

$$(15 \cdot 2) : (17 - 12) = 30 : 5 = 6$$

- 12 Efectúa las siguientes operaciones combinadas.

a)  $450 - (75 \cdot 2 + 90) = 450 - (150 + 90) = 450 - 240 = 210$

b)  $350 + (80 \cdot 6 - 150) =$

c)  $600 : 50 + 125 \cdot 7 =$

d)  $8 \cdot (50 - 15) : 14 + (32 - 8) \cdot 5 =$





# 1

## 5 Escribe con números.

a) Seis elevado al cuadrado =

c) Ocho elevado al cuadrado =

b) Tres elevado al cubo =

d) Diez elevado a la cuarta =

## 6 Completa la siguiente tabla.

NÚMEROS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elevado al cuadrado	1						49			100
Elevado al cubo		8			125					

## 7 Expresa los siguientes números como potencias.

a)  $25 = 5 \cdot 5$

c)  $81 =$

e)  $100 =$

b)  $49 =$

d)  $64 =$

f)  $36 =$

### POTENCIAS DE BASE 10

- Las potencias de base 10 y cualquier número natural como exponente son un caso especial de potencias.
- Se utilizan para expresar números muy grandes: distancias espaciales, habitantes de un país, etc.

POTENCIA	EXPRESIÓN	NÚMERO	SE LEE
$10^2$	$10 \cdot 10$	100	Cien
$10^3$	$10 \cdot 10 \cdot 10$	1.000	Mil
$10^4$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10.000	Diez mil
$10^5$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	100.000	Cien mil
$10^6$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	1.000.000	Un millón

## 8 Expresa en forma de potencia de base 10 los siguientes productos.

a)  $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

c)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

b)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

d)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

## 9 Completa.

NÚMERO	PRODUCTO DE DOS NÚMEROS	CON POTENCIA DE BASE 10
2.000	$2 \cdot 1.000$	$2 \cdot 10^3$
25.000		$25 \cdot$
	$15 \cdot 100$	
		$4 \cdot 10^6$
13.000.000		
	$33 \cdot 10.000$	

# 2

## OBJETIVO 1

# IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5... es decir, por los números naturales.

Múltiplos de 4  $\longrightarrow$  4, 8, 12, 16, 20, 24, 28...

### EJEMPLO

En una tienda de deportes las pelotas de tenis se venden en botes de 3 unidades.  
¿Cuántas pelotas puedo comprar?

3 pelotas	6 pelotas	9 pelotas	12 pelotas	15 pelotas	...
$3 \cdot 1 = 3$	$3 \cdot 2 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$	$3 \cdot 4 = 12$	$3 \cdot 5 = 15$	...

Se pueden comprar 3, 6, 9, 12, 15... pelotas.

Los números 3, 6, 9, 12, 15... son múltiplos de 3.

### 1 Fíjate en la siguiente secuencia y complétala.

- 3 es múltiplo de 3 porque  $3 = 3 \cdot 1$
- 6 es múltiplo de 3 porque  $6 = 3 \cdot 2$
- 9 es múltiplo de 3 porque  $9 = 3 \cdot 3$
- 12 es múltiplo de 3 porque  $12 = 3 \cdot 4$
- 15 es múltiplo de 3 porque  $15 = 3 \cdot \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots\dots$
- $21$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $24 = 3 \cdot \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$  es múltiplo de 3 porque  $\dots\dots\dots = 3 \cdot 10$

Son números  $\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

### 2 Completa las siguientes tablas.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				4						
3										
5							35			
7		14								70
9										



Una división exacta es aquella en la que al dividir dos números entre sí su resto es cero.

Los **divisores** de un número son los que dividen dicho número un número exacto de veces.

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 6} \\ 0 \ 4 \ \text{veces} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5} \\ 4 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 8} \\ 0 \ 3 \ \text{veces} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 7} \\ 3 \ 3 \end{array}$$

6 y 8 son divisores de 24 porque dividen exactamente a 24.

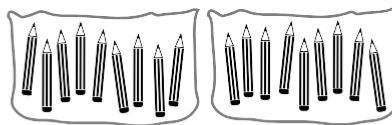
## EJEMPLO

Quiero guardar 18 lapiceros en bolsas, de modo que cada una de ellas contenga la misma cantidad de lapiceros sin que sobre ninguno. Tengo que ordenarlos y agruparlos de las siguientes maneras.



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 1} \\ 08 \ 18 \\ 0 \end{array}$$

1 bolsa de 18 lapiceros



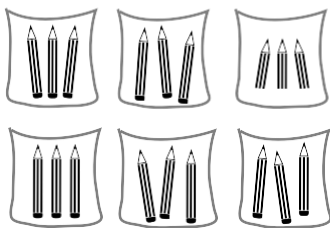
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 2} \\ 0 \ 9 \end{array}$$

2 bolsas de 9 lapiceros



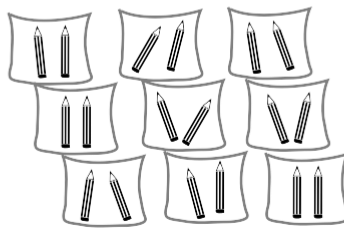
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 3} \\ 0 \ 6 \end{array}$$

3 bolsas de 6 lapiceros



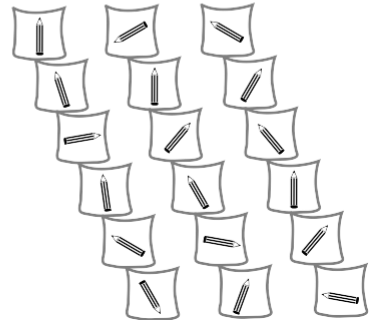
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 6} \\ 0 \ 3 \end{array}$$

6 bolsas de 3 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 9} \\ 0 \ 2 \end{array}$$

9 bolsas de 2 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

18 bolsas de 1 lapicero

- Los números 1, 2, 3, 6, 9, 18 son divisores de 18.
- Los lapiceros están agrupados en bolsas con igual cantidad de ellos.
- La división es exacta, no sobra nada:
  - 1 es divisor de 18 porque  $18 : 1 = 18$  y el resto es 0.
  - 2 es divisor de 18 porque  $18 : 2 = 9$  y el resto es 0.
  - 3 es divisor de 18 porque  $18 : 3 = 6$  y el resto es 0.
  - 6 es divisor de 18 porque  $18 : 6 = 3$  y el resto es 0.
  - 9 es divisor de 18 porque  $18 : 9 = 2$  y el resto es 0.
  - 18 es divisor de 18 porque  $18 : 18 = 1$  y el resto es 0.

7 Completa la siguiente tabla.

	12 : 1	12 : 2	12 : 3	12 : 4	12 : 5	12 : 6	12 : 7	12 : 8	12 : 9	12 : 10	12 : 11	12 : 12
División												
Cociente												
Resto												

8 Tacha aquellos números que no sean:

Divisores de 5 = 1, 3, 5

Divisores de 25 = 1, 3, 5, 10, 20, 25

Divisores de 9 = 1, 2, 3, 6, 9

Divisores de 48 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, 30, 45, 48

Divisores de 11 = 1, 3, 9, 11

Divisores de 100 = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 40, 50, 60, 75, 90, 100

9 Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones y razona tu respuesta.  
El número 15 es:

a) Múltiplo de 5  V o  F porque 5 ..... = .....

b) Divisor de 10  V o  F porque .....

c) Múltiplo de 6  V o  F porque .....

d) Divisor de 45  V o  F porque .....

10 Halla todos los divisores de:

a) 18

d) 20

b) 22

e) 16

c) 15

f) 14

Para calcular todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él. Los números que hacen que la **división** sea **exacta** son sus divisores.

11 En la clase de Educación Física hay 24 alumnos. ¿De cuántas maneras se podrán formar grupos iguales de alumnos sin que sobre ninguno? Razona tu respuesta.





NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

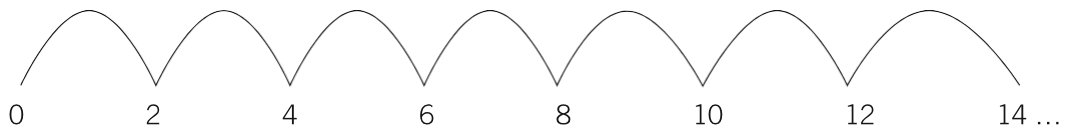
Los **criterios de divisibilidad** son una serie de normas que permiten saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10...

Esta es también una manera fácil de realizar divisiones exactas. A continuación, vamos a hallar estos criterios.

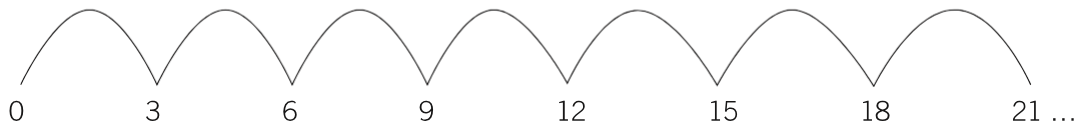
**EJEMPLO**



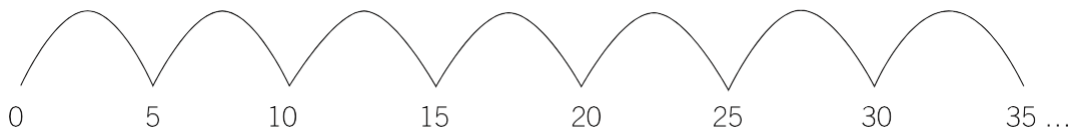
Un atleta recorre una distancia en saltos de 2 metros.



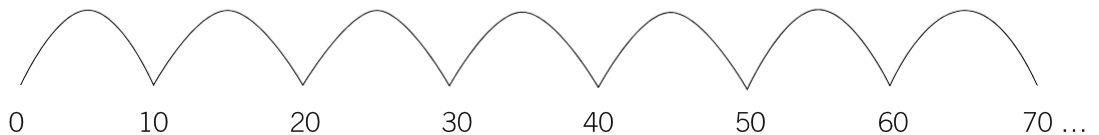
Una rana recorre una distancia en saltos de 3 metros.



Una garza recorre una distancia en saltos de 5 metros.



Un canguro recorre una distancia en saltos de 10 metros.



- Los saltos del atleta tienen algo en común: al dividirlos entre 2, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 2 y la distancia entre ellos es la misma, 2 metros.

**Los números que acaban en 0, 2, 4, 6 y 8 son divisibles por 2.** Esta es la regla de **divisibilidad por 2.**

- Los saltos de la rana tienen algo en común: al dividirlos entre 3, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 3 y la distancia entre ellos es la misma, 3 metros.

Observa que **si sumamos sus cifras, el número obtenido es múltiplo de 3.** Esta es la regla de **divisibilidad por 3.**

- 3, 12, 21... Sus cifras suman 3, que es múltiplo de 3.
- 6, 15, 24... Sus cifras suman 6, que es múltiplo de 3.
- 9, 18, 27... Sus cifras suman 9, que es múltiplo de 3.

- Los saltos de la garza tienen algo en común: al dividirlos entre 5, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 5 y la distancia entre ellos es la misma, 5 metros.

**Los números que acaban en 0 o en 5 son divisibles por 5.** Esta es la regla de **divisibilidad por 5.**

- Los saltos del canguro tienen algo en común: al dividirlos entre 10, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 10 y la distancia entre ellos es la misma, 10 metros.

**Los números que acaban en 0 son divisibles por 10.** Esta es la regla de **divisibilidad por 10.**

# 2

- 1 Indica cuál de los números cumple los criterios de divisibilidad de la tabla (algunos números pueden serlo por varios).

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5	DIVISIBLE POR 10
18				
35				
40				
84				
100				
150				
1.038				
480				
1.002				
5.027				

- 2 De los números 230, 496, 520, 2.080, 2.100, 2.745 y 455, di:

- ¿Cuáles son múltiplos de 2?
- ¿Y múltiplos de 3?
- ¿Cuáles son múltiplos de 5?
- ¿Y múltiplos de 10?

- 3 Completa las cifras que faltan en cada número para que se cumpla el criterio de divisibilidad que se indica (pueden existir varias soluciones).

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5	DIVISIBLE POR 10
36....	364	369	365	360
35.02....				
9....6			No puede ser. No acaba en 0 ni en...	
1.4....0				
8.8....5				
43....79	No puede ser. No acaba en 0, ni en 2...			

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**Número primo:** solo tiene dos divisores, él mismo y la unidad.  
**Número compuesto:** tiene más de dos divisores.

**EJEMPLO**

Los 5 jugadores de un equipo de baloncesto quieren saber de cuántas maneras pueden formar grupos iguales para realizar sus entrenamientos.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 1} \\ 0 \ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ 1 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ 2 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 4} \\ 1 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

Se pueden agrupar en conjuntos de 1 y de 5 jugadores.  
 El número 5 solo tiene dos divisores: 5 y 1 (él mismo y la unidad). Se dice que es un número primo.  
 De igual manera ocurre con los 7 jugadores de un equipo de balonmano.  
 El número 7 solo tiene dos divisores: 7 y 1. Es un número primo.

Tengo 8 libros para colocar en una estantería. ¿Cuántos grupos iguales de ellos puedo formar?

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 1} \\ 0 \ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ 0 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 3} \\ 2 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 4} \\ 0 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 5} \\ 3 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 6} \\ 2 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 7} \\ 1 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 8} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

Los puedo colocar en grupos de 1, 2, 4 y 8 libros.  
 El número 8 tiene varios divisores. Se dice que es un número compuesto.

**1** Halla los números primos que hay desde 70 hasta 100 (escríbelos en rojo).

70	71	72								80
	81				85					
							97			100

**2** Clasifica los números en primos o compuestos: 6, 15, 7, 24, 13, 2, 20, 11 y 10.

- a) Números primos:
- b) Números compuestos:

**3** Un equipo de fútbol tiene 11 jugadores.

- a) ¿De cuántas maneras se pueden colocar formando grupos iguales de jugadores?
- b) Si se une al entrenamiento otro jugador, ¿cómo se agruparían?

### DIVISORES DE UN NÚMERO

- Para obtener todos los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él, y aquellos números con los que se obtenga una **división exacta** serán sus divisores.
- Si los números son muy grandes existe una manera más sencilla de hacerlo, y consiste en **descomponer el número en producto de números primos**, y expresar sus divisores mediante la combinación de esos números (llamados **factores**).

### EJEMPLO

#### Determina los divisores de 36.

1.º Descomponemos en factores primos el número 36.

- Se coloca el número.
- Se traza una línea vertical a su derecha.
- Se comienza a dividir entre los sucesivos números primos: 2, 3, 5, 7...
- Acabamos de dividir cuando el último número es un número primo (cociente 1).

36	2	– El primer número primo por el que es divisible 36 es 2: $36 : 2 = 18$
18	2	– El primer número primo por el que es divisible 18 es 2: $18 : 2 = 9$
9	3	– El primer número primo por el que es divisible 9 es 3: $9 : 3 = 3$
3	3	– El primer número primo por el que es divisible 3 es 3: $3 : 3 = 1$
1		

Podemos expresar el número 36 como producto de otros números primos:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9$$

2.º Colocamos en fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo.

En este caso sería desde 2 hasta  $2^2 = 4$ .

1	2	4
---	---	---

3.º Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 3.

1	2	4
3	6	12

4.º Multiplicamos cada número de la primera fila por la siguiente potencia de 3.

En este caso sería  $3^2 = 9$ .

1	2	4
3	6	12
9	18	36

5.º Ordenando los números, los divisores de 36 son: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

**4** Descompón el número 45 en factores primos.

1.º  $45 \begin{array}{l} | 3 \\ | 3 \\ | 5 \\ | 1 \end{array}$  – El primer número primo por el que es divisible 45 es 3:  $45 : 3 = 15$   
 – El primer número primo por el que es divisible 15 es 3:  $15 : 3 = 5$   
 – El primer número primo por el que es divisible 5 es 5:  $5 : 5 = 1$

Podemos expresar el número 45 así:  $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5 = 9 \cdot 5$ .

2.º Colocamos en fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo.  
 En este caso sería desde 3 hasta  $3^2 = 9$ .

1                      3                      9

3.º Multiplicamos cada número de la fila anterior por el siguiente factor primo, 5.

1                      3                      9  
 5                      15                      45

4.º Ordenando los números, los divisores de 45 son: .....

**5** Descompón como producto de factores primos los números 50 y 60.

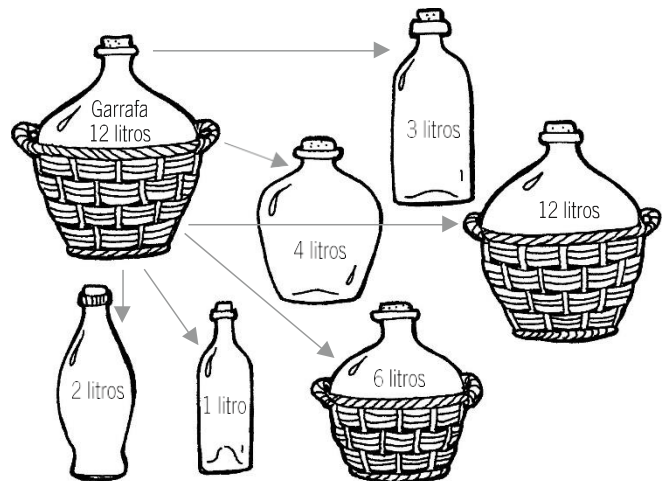
$50 \begin{array}{l} | 2 \\ | 5 \end{array}$   
 $50 = 2 \cdot 5$

$60 \begin{array}{l} | 2 \\ | 30 \end{array}$   
 $60 = 2 \cdot$

**6** Quiero guardar 40 latas en cajas iguales sin que sobre ninguna. ¿De cuántas maneras puedo hacerlo?

**7** María desea distribuir el agua de una garrafa de 12 litros en envases que contengan el mismo número de litros.

- a) ¿Qué capacidades tendrán los recipientes?
- b) ¿Cuántos necesitará en cada caso?





**EJEMPLO****MÚLTIPLOS COMUNES**

Ana va a nadar al polideportivo cada 2 días y Eva cada 3. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en el polideportivo?

Ana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Eva	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Ana va los días 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20...

Eva va los días 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20... son los múltiplos de 2.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21... son los múltiplos de 3.

6, 12, 18... son los múltiplos comunes de 2 y 3.

6 es el menor de los múltiplos comunes, y se llama **mínimo común múltiplo** (m.c.m.).

**3** Halla los 5 primeros múltiplos comunes de:

a) 5 y 10

c) 10 y 25

b) 4 y 6

d) 12 y 15

**4** Calcula el menor de los múltiplos comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el mínimo común múltiplo (m.c.m.).

**5** Un barco sale de un puerto cada 4 días, otro cada 5 y un tercero cada 7 días. ¿Cuándo vuelven a coincidir los tres barcos en el puerto?



**6** ¿Cuál de las series está formada por múltiplos de 4? ¿Y por múltiplos de 5? ¿Y por múltiplos de 39?

- a) 1, 4, 9, 16, 25...
- b) 0, 5, 10, 15, 20...
- c) 1, 8, 27, 64...
- d) 0, 8, 16, 24, 32, 40...
- e) 0, 39, 78, 117, 156...

**7** Completa la tabla indicando SÍ o NO.

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5
640			
1.876			
2.987			
345			
876			

**8** Obtén el m.c.d. de los siguientes números.

- a) 24 y 36
- b) 12 y 14
- c) 16 y 18
- d) 6 y 14
- e) 9 y 10
- f) 5 y 15
- g) 25 y 50
- h) 14 y 42
- i) 6 y 15
- j) 28 y 35
- k) 42 y 28
- l) 4 y 6

**9** Obtén el m.c.m. de los siguientes números.

- a) 24 y 36
- b) 12 y 14
- c) 16 y 18
- d) 6 y 14
- e) 9 y 10
- f) 5 y 15
- g) 25 y 50
- h) 14 y 42
- i) 6 y 15
- j) 28 y 35
- k) 42 y 28
- l) 4 y 6



**1** Escribe cómo se leen las fracciones.

a)  $\frac{3}{5}$

c)  $\frac{2}{17}$

e)  $\frac{9}{10}$

b)  $\frac{5}{12}$

d)  $\frac{12}{20}$

f)  $\frac{8}{15}$

**2** Escribe las siguientes fracciones.

a) Seis décimos =

c) Diez veintitresavos =

e) Dos onceavos =

b) Tres octavos =

d) Doce catorceavos =

f) Quince diecinueveavos =

Para dibujar y/o **representar gráficamente fracciones** seguimos estos pasos.

1.º Elegimos el tipo de dibujo: círculo, rectángulo, cuadrado o triángulo (normalmente es una figura geométrica).

2.º Dividimos la figura en tantas partes iguales como nos indica el denominador.

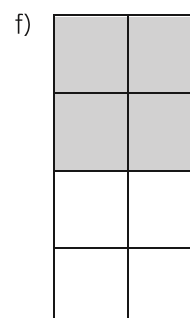
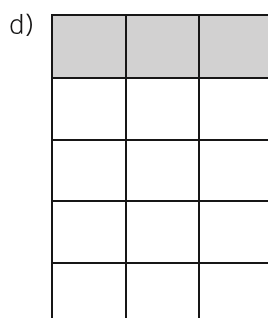
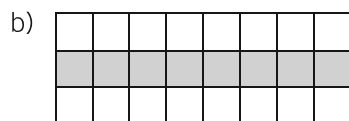
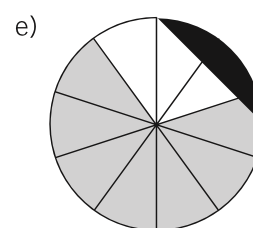
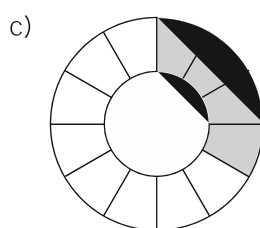
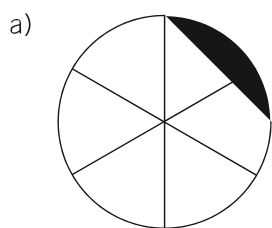
3.º Coloreamos, marcamos o señalamos las partes que nos señale el numerador.

**3** María se ha comido 2 trozos de un bizcocho dividido en 6 partes iguales.

a) ¿Qué fracción representa lo que se ha comido María?

b) Representalo mediante cuatro tipos de gráficos.

**4** Escribe la fracción que representa la parte coloreada de cada uno de los gráficos.





### FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD

Teresa tiene que realizar una carrera de 200 m. Al poco tiempo se detiene, y su entrenador le dice: «Ánimo, que ya has recorrido las tres cuartas partes de la distancia». ¿Cuántos metros ha recorrido entonces?

- Hay que hallar lo que valen  $\frac{3}{4}$  de 200, es decir, la **fracción de una cantidad**.
- Seguimos alguno de estos pasos.
  - Se multiplica la cantidad por el numerador y se divide entre el denominador.
  - Se divide la cantidad entre el denominador y se multiplica por el numerador.

$$\frac{3}{4} \text{ de } 200 \begin{cases} \rightarrow (200 \cdot 3) : 4 = 600 : 4 = 150 \text{ m ha recorrido Teresa.} \\ \rightarrow (200 : 4) \cdot 3 = 50 \cdot 3 = 150 \text{ m ha recorrido Teresa.} \end{cases}$$

**8** Halla la expresión decimal de las fracciones.

a)  $\frac{4}{5} =$

c)  $\frac{9}{4} =$

e)  $\frac{5}{10} =$

b)  $\frac{12}{15} =$

d)  $\frac{10}{20} =$

f)  $\frac{15}{20} =$

**9** Calcula las siguientes expresiones de la fracción de una cantidad utilizando las dos formas de operar.

a)  $\frac{4}{5}$  de 45 =

b)  $\frac{2}{3}$  de 18 =

c)  $\frac{1}{5}$  de 35 =

# 3

## OBJETIVO 2

### TIPOS DE FRACCIONES. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

#### FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador:  $a < b$ .
- El cociente entre  $a$  y  $b$  es menor que la unidad.

En el anterior ejemplo, Juan se comió los  $\frac{3}{8}$  de la caja de quesitos.

- 3 es menor que 8  $\longrightarrow 3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375 \longrightarrow 0,375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

Son fracciones propias:  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{10}{15}$ ,  $\frac{9}{12}$

#### 1 Escribe fracciones propias y halla su valor decimal.

a)  $\frac{9}{15} = 9 : 15 = 0,6$

c)

e)

b)

d)

f)

#### FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador:  $a = b$ .
- El cociente entre  $a$  y  $b$  es igual a la unidad.

En el ejemplo anterior, Juan se comió los  $\frac{8}{8}$  de la caja de quesitos.

- 8 es igual que 8  $\longrightarrow 8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

Juan se comió las 8 porciones de la caja, es decir, la caja entera (la unidad).

Son fracciones iguales a la unidad:  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{7}{7}$ ,  $\frac{15}{15}$ ,  $\frac{9}{9}$ .

#### 2 Escribe fracciones cuyo valor sea igual a la unidad.

a)  $\frac{6}{6} = 6 : 6 = 1$

c)

e)

b)

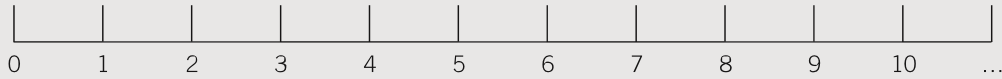
d)

f)



## REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se representan mediante dibujos, y al tener un valor numérico, aunque sea decimal, se pueden representar en la **recta real**.
- En la recta real, los **números** están **ordenados**, empezando por el cero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Al escribir estos números en nuestro cuaderno, por ejemplo, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque les separa exactamente **una unidad**.



**6** Representa en una recta los números: 3, 6, 9, 14, 15, 10, 19, 8.

Para **representar fracciones en la recta** seguimos estos pasos.

- 1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.
- 2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadriculado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.
- 3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

- 1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.
- 2.º Igual a la unidad: su valor será 1.
- 3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

**7** Representa las fracciones en estas rectas.

a)  $\frac{7}{6}$

b)  $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

c)  $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$







## OBTENCIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES A UNA FRACCIÓN DADA

- Si se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una fracción equivalente.

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{6}{15} \longrightarrow \frac{6 : 3}{15 : 3} \longrightarrow \frac{2}{5}$$

- Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.
- Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**.

### 4 Escribe fracciones equivalentes a:

a)  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{\quad}{36} = \dots$

c)  $\frac{2}{5} = \dots = \dots = \dots = \dots$

b)  $\frac{5}{7} = \dots = \dots = \dots = \dots$

d)  $\frac{3}{2} = \dots = \dots = \dots = \dots$

### 5 Escribe fracciones equivalentes mediante simplificación (dividiendo numerador y denominador entre el mismo número).

a)  $\frac{30}{40} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

b)  $\frac{24}{32} = \frac{12}{16} = \dots = \dots$

c)  $\frac{15}{25} = \dots$

## COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Jorge, Araceli y Lucas han comprado el mismo número de cromos. Luego Jorge ha pegado los dos tercios de los cromos, Araceli la mitad y Lucas los tres cuartos. ¿Quién ha pegado más cromos?

Seguimos estos pasos.

1.º Obtenemos fracciones equivalentes con el mismo denominador.

2.º Comparamos las fracciones mediante los numeradores. La fracción que tenga mayor numerador será la mayor.

1.º Jorge:  $\frac{2}{3}$

Fracciones equivalentes:  $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} \dots$

Araceli:  $\frac{1}{2}$

Fracciones equivalentes:  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} \dots$

Lucas:  $\frac{3}{4}$

Fracciones equivalentes:  $\frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \dots$

$\frac{8}{12}$ ,  $\frac{6}{12}$  y  $\frac{9}{12}$  son las fracciones que representan a Jorge, Araceli y Lucas.

Todas estas fracciones tienen el mismo denominador.

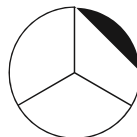
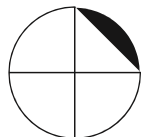
2.º Las ordenamos de mayor a menor (utilizamos el símbolo «mayor que», >):

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12}; \frac{9}{12} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

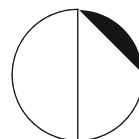
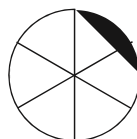
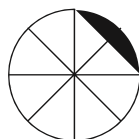
Lucas fue el que pegó más cromos, luego Jorge y, por último, Araceli.

6 Ordena, de menor a mayor, las siguientes fracciones:  $\frac{4}{10}$ ,  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{10}{10}$ .

7 Andrés se ha comido  $\frac{1}{4}$  de pizza y Ángela  $\frac{1}{3}$ . ¿Quién ha comido más pizza?  
Compruébalo numérica y gráficamente.



8 Ordena, de mayor a menor, las fracciones, numérica y gráficamente:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{1}{2}$ .



9 Escribe mayor que (>), menor que (<), o igual que (=) según corresponda.

a)  $\frac{4}{7}$  ○  $\frac{5}{7}$

c)  $\frac{3}{5}$  ○  $\frac{12}{20}$

e)  $\frac{7}{5}$  ○  $\frac{4}{7}$

b)  $\frac{2}{3}$  ○  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{7}{7}$  ○  $\frac{6}{6}$

f)  $\frac{7}{8}$  ○  $\frac{1}{4}$

10 Indica cuáles de las fracciones son propias e impropias.

a)  $\frac{13}{15}$

b)  $\frac{12}{15}$

c)  $\frac{15}{13}$

d)  $\frac{13}{12}$

e)  $\frac{13}{13}$

Propias:

Impropias:

11 Halla dos fracciones equivalentes a  $\frac{8}{6}$ , y represéntalas en la recta numérica para comprobar que el punto asociado es el mismo (ambas fracciones son el mismo número).

# 3

OBJETIVO 4

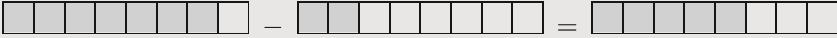
## REALIZAR OPERACIONES CON FRACCIONES

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones de igual denominador se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5+2}{8} = \frac{7}{8}$$


$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$$


#### 1 Calcula.

a)  $\frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \text{---}$

c)  $\frac{6}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \text{---}$

e)  $\frac{3}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{9}{11}$

b)  $\frac{12}{5} - \frac{8}{5} = \text{---}$

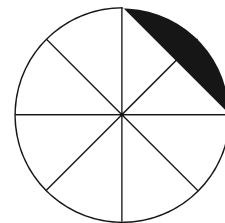
d)  $\frac{4}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \text{---}$

f)  $\frac{4}{12} + \frac{7}{12} + \frac{1}{12} = \frac{15}{12}$

#### 2 De una pizza, Ana merienda los dos octavos, Paco los tres octavos y María un octavo.

- a) ¿Cuánto han comido entre los tres?  
 b) Si Eva llegó tarde a la merienda, ¿cuánta pizza pudo comer?

Expresa el problema numérica y gráficamente.



### SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

- 1.º Buscamos fracciones equivalentes que tengan igual denominador.  
 2.º Se suman o restan los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} \dots \end{array} \right\} \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$$

Observa que 12 es el menor múltiplo común de 4 y 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{7}{5} = \frac{14}{10} = \frac{21}{15} = \frac{28}{20} = \frac{35}{25} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} \dots \end{array} \right\} \frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{28}{20} - \frac{15}{20} = \frac{28-15}{20} = \frac{13}{20}$$

Observa que 20 es el menor múltiplo común de 5 y 4 (m.c.m.).

**3** Completa y realiza las siguientes operaciones.

$$a) \frac{6}{5} + \frac{1}{4} = \frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} =$$

$$c) \frac{8}{9} - \frac{5}{6} = \frac{\quad}{18} + \frac{\quad}{18} =$$

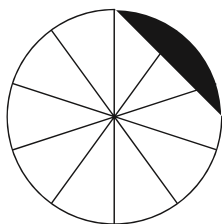
$$e) \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{3} =$$

$$b) \frac{5}{3} - \frac{2}{6} =$$

$$d) \frac{2}{7} + \frac{1}{8} =$$

$$f) \frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$$

**4** Pepe come  $\frac{2}{5}$  partes de un bizcocho dividido en 10 partes. Después, su perro se come la mitad del bizcocho  $\left(\frac{1}{2}\right)$ . ¿Quedará algo de bizcocho? Exprésalo numérica y gráficamente.



### PRODUCTO DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores, y el denominador, el producto de los denominadores (producto en paralelo).

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

**5** En una bolsa de canicas, los  $\frac{2}{5}$  son de color azul, y los  $\frac{3}{4}$  de esas canicas azules son transparentes. ¿Qué fracción del total representan las canicas azules transparentes?

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{\quad}{\quad}$$

**6** Calcula.

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2 \cdot 4}{\quad \cdot 10} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$c) \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$b) \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$d) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{\quad \cdot \quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

**7** Representa gráficamente.

$$a) \frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{2}$$

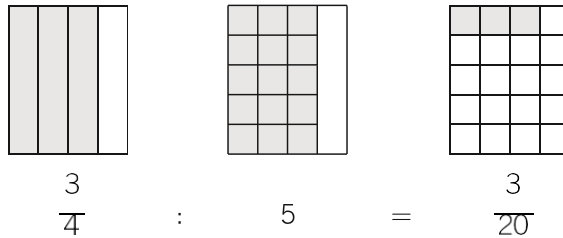
$$b) \frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4}$$

## DIVISIÓN DE FRACCIONES

Dividir fracciones es hallar otra fracción cuyo numerador y denominador es el producto cruzado de los términos de las fracciones dadas (producto en cruz).

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$$

- 8** Un caso especial de división de fracciones es cuando dividimos una fracción entre un número. Por ejemplo, si queremos repartir tres cuartas partes de una caja de golosinas entre 5 amigos. ¿Qué parte de fracción le corresponde a cada uno de ellos?



$$\frac{3}{4} \text{ dividido entre } \frac{5}{1} \text{ es: } \frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

- 9** Calcula.

a)  $\frac{4}{5} : \frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 8} =$

c)  $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

e)  $\frac{2}{3} : 3 =$

b)  $\frac{5}{6} : 2 =$

d)  $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} =$

f)  $\frac{5}{3} : 4 =$

- 10** Efectúa las operaciones.

a)  $\frac{2}{3}$  de 12 =

c)  $\frac{2}{5}$  de 100 =

b)  $\frac{3}{4}$  de 120 =

d)  $\frac{1}{8}$  de 1.000 =

- 11** Suma y simplifica el resultado si se puede.

a)  $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$

b)  $\frac{3}{2} + \frac{5}{7} + \frac{7}{6} =$

c)  $\frac{5}{6} + \frac{9}{6} + \frac{3}{8} =$

- 12** Haz estas multiplicaciones y divisiones de fracciones, simplificando el resultado.

a)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

b)  $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} =$

c)  $\frac{7}{8} \cdot 3 =$

d)  $\frac{4}{5} : 3 =$

# 4

## OBJETIVO 1

# COMPRENDER EL CONCEPTO DE NÚMERO DECIMAL

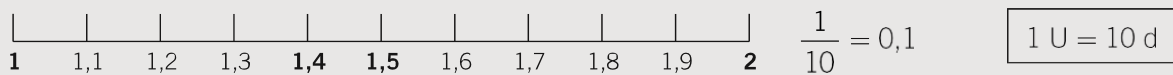
NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

- 1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.
- 2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

PARTE ENTERA			PARTE DECIMAL		
Centena	Decena	Unidad	Décima	Centésima	Milésima
C	D	U	d	c	m

- Si dividimos una unidad en 10 partes iguales, cada parte se llama **décima**.



- Si dividimos una unidad en 100 partes iguales, cada parte se llama **centésima**.



- Si dividimos una unidad en 1.000 partes iguales, cada parte se llama **milésima**.



**1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = 1.000 milésimas**

### 1 Escribe con cifras.

- |                   |                       |                              |
|-------------------|-----------------------|------------------------------|
| a) Cinco décimas. | c) Once milésimas.    | e) Diez centésimas.          |
| b) Una décima.    | d) Quince centésimas. | f) Ciento catorce milésimas. |

### 2 Completa la siguiente tabla.

NÚMERO	PARTE ENTERA	PARTE DECIMAL	SE LEE
15,6	15	6	Quince unidades seis décimas
3,27			
	23	35	
0,9			
			Nueve unidades treinta y tres centésimas

**3 Representa los números en una recta numérica.**

- a) 2,5      b) 1,9      c) 0,4      d) 2,8      e) 1,3      f) 0,2



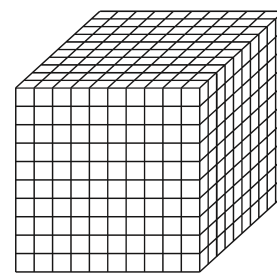
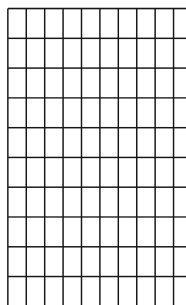
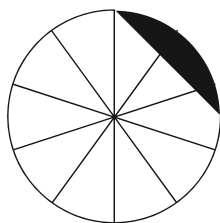
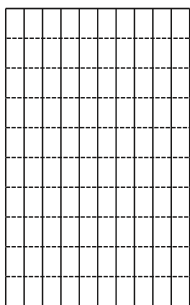
**4 Representa los siguientes números en una recta numérica.**

- a) 2,35      b) 2,59      c) 2,55      d) 2,43      e) 2,48      f) 2,33



**5 Colorea en cada caso el número que se indica.**

- a) 25 centésimas.      b) 9 décimas.      c) 49 centésimas.      d) 125 milésimas.



**6 Completa las siguientes expresiones.**

- a) 3 décimas = 30 centésimas.      d) 20 unidades = ..... décimas.  
 b) 5 centésimas = ..... milésimas.      e) 7 décimas = ..... milésimas.  
 c) 15 unidades = ..... milésimas.      f) 4 centésimas = ..... milésimas.

**7 ¿Cuál es el valor de la cifra 7 en cada número?**

- a) 37,98      b) 43,07      c) 91,75      d) 70,51      e) 52,347

**8 Realiza la descomposición de los siguientes números.**

C	D	U
4	3	0
5	0	9
7	4	5

d	c	m
5	8	1
0	3	2
3	0	3

DESCOMPOSICIÓN
400 + 30 + 0,5 + 0,08 + 0,001
600 + 50 + 4 + 0,1 + 0,03 + 0,007
80 + 9 + 0,4 + 0,03 + 0,005



# 4

OBJETIVO 2

## ORDENAR NÚMEROS DECIMALES. FRACCIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Para comparar números decimales hay que seguir estos pasos.

1.º Observamos la parte entera.

- Es mayor el número que tiene mayor parte entera.
- Si las partes enteras son iguales, se efectúa el siguiente paso.

2.º Observamos la parte decimal.

- Se comparan las partes decimales, empezando por las décimas, luego las centésimas, milésimas...

### EJEMPLO

En la clase de Educación Física realizan pruebas de lanzamiento de peso. Los mejores resultados han sido: Alberto, 2,95 m; Ana, 3,16 m, y Elena, 3,17 m. ¿Quién ha lanzado más lejos?

1.º Parte entera:

2,95 es menor que 3,18 y 3,17.  $2 < 3$   
3,18 y 3,17 tienen la misma parte entera.  $3 = 3$

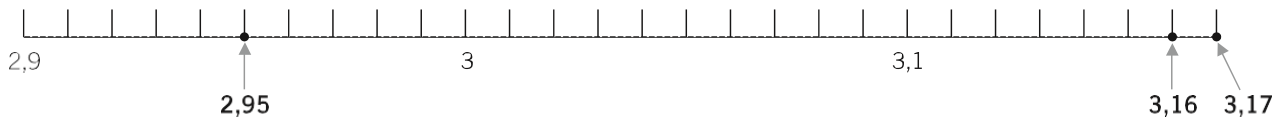
2.º Parte decimal:

3,17 es mayor que 3,16.

<u>Décimas</u>	<u>Centésimas</u>
1 = 1	7 > 6

Por tanto:  $3,17 > 3,16 > 2,95$ .

Podemos ver el orden en la recta numérica.



**1** Ordena, de menor a mayor, los siguientes números decimales.

6,22; 5,67; 4,98; 5,07; 4,99; 5,81; 6,01; 7,34; 5,73; 5,91; 6,30; 6,28; 7,11

**2** Sitúa en una recta numérica los números 5,92; 5,50; 5,67; 5,25; 5,73; 5,81.

**3** Las estaturas (en m) de 10 alumnos de 1.º ESO son las siguientes.

1,45; 1,59; 1,52; 1,49; 1,50; 1,48; 1,55; 1,61; 1,58; 1,60

Ordénalas, de mayor a menor, y represéntalas en la recta numérica.

4 Escribe  $>$ ,  $<$ ,  $=$ , según corresponda.

a)  $13,56 \dots\dots 13,65$

c)  $34,908 \dots\dots 34,910$

e)  $2,45 \dots\dots 2,44$

b)  $11,8 \dots\dots 11,80$

d)  $6,08 \dots\dots 6,07$

f)  $0,355 \dots\dots 0,35$

5 Escribe un número decimal comprendido entre:

a) 1,3 y 1,4

b) 4,8 y 4,86

c) 2,405 y 2,426

d) 0,76 y 0,79

.....

.....

.....

.....

6 Ordena, de mayor a menor: 2,3; 2,33; 2,03; 2,303; 2,033; 2,33.

..... > ..... > ..... > ..... > ..... > .....

7 Juan mide 179 cm; su hermano Marcos, un metro y ocho centímetros, y el padre de ambos, un metro y setenta y ocho centímetros. Ordena las tres alturas de mayor a menor.

### FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

- Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal.
- Si el **resto es cero**, el número decimal es **exacto**.

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ 10 \quad 3,5 \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

3,5 es un número decimal exacto.

- Si el **resto no es cero**, el número decimal es **periódico** (si seguimos dividiendo siempre se repetirá un factor).

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 3 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ 10 \quad 2,33 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2,3333\dots$$

2,333... es un número decimal periódico.

- Un número decimal se puede expresar como fracción.

Para ello se coloca el número sin la coma en el numerador, y en el denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras hay a la derecha de la coma.

$$0,5 = \frac{5}{10}$$

$$45,78 = \frac{4.578}{100}$$

$$15,379 = \frac{15.379}{1.000}$$

# 4

**8** Indica si las fracciones dan como resultado un número decimal exacto o periódico.

a)  $\frac{24}{50} =$

c)  $\frac{1}{3} =$

e)  $\frac{9}{10} =$

b)  $\frac{11}{33} =$

d)  $\frac{6}{9} =$

f)  $\frac{25}{50} =$

**9** Expresa en forma de fracción decimal los siguientes números.

a)  $36,78 = \text{---}$

c)  $0,75 = \text{---}$

e)  $73,06723 = \text{---}$

b)  $130,9 = \text{---}$

d)  $2,801 = \text{---}$

f)  $0,30675 = \text{---}$

**10** Halla el número decimal que corresponde a cada fracción.

a)  $\frac{24}{\frac{10}{35}} =$

c)  $\frac{398}{\frac{100}{6}} =$

e)  $\frac{19.065}{\frac{10.000}{29.525}} =$

b)  $\frac{\frac{10}{35}}{100} =$

d)  $\frac{\frac{100}{6}}{100} =$

f)  $\frac{\frac{10.000}{29.525}}{1.000} =$

**11** Escribe un número decimal comprendido entre 4,7 y 4,8 y que sea menor que 4,75.

**12** Escribe un número decimal comprendido entre 8 y 9 y que sea mayor que 8,5.

**13** Expresa en forma de número decimal las fracciones.

a)  $\frac{13}{\frac{10.000}{5.200}} = 0, \dots\dots$

c)  $\frac{100.003}{\frac{100}{12.560}} = 1.000, \dots\dots$

e)  $\frac{53.204}{\frac{10.000}{100}} =$

b)  $\frac{\frac{10.000}{5.200}}{10} =$

d)  $\frac{\frac{100}{12.560}}{1.000} =$

f)  $\frac{\frac{10.000}{100}}{100} =$

**14** Escribe en forma de fracción los siguientes números decimales.

a)  $21,08 = \frac{2.108}{100}$

c)  $123,7 = \frac{1.237}{10}$

e)  $5,01 = \text{---}$

b)  $7,007 = \text{---}$

d)  $15,15 = \text{---}$

f)  $211,809 = \text{---}$

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- Para **sumar o restar** números decimales, colocamos los sumandos en columna, haciendo coincidir las partes enteras y las partes decimales de cada número: centenas con centenas, decenas con decenas, unidades con unidades, **comas con comas**, décimas con décimas, centésimas con centésimas, milésimas con milésimas, etc.
- A continuación, se suma o se resta como si fueran números naturales, **manteniendo la coma** en su lugar correspondiente.

**EJEMPLO**

En una calle se encuentran estacionados 4 vehículos. Sus longitudes (en m) son:  
3,8 - 4,17 - 10,23 - 5,1. ¿Qué longitud de calle ocupan?

$$\begin{array}{r}
 3,80 \\
 4,17 \\
 10,23 \\
 + 5,10 \\
 \hline
 23,30
 \end{array}$$

Se añaden ceros para que todas las cifras tengan el mismo número de decimales.

23,30 m ocupan los vehículos.

En una calle hay estacionados 2 camiones: uno mide 12,98 m y el otro 16,3 m.  
¿Qué diferencia de longitud hay entre los dos vehículos?

$$\begin{array}{r}
 16,30 \\
 - 12,98 \\
 \hline
 3,32
 \end{array}$$

Se añaden ceros para que todas las cifras tengan el mismo número de decimales.

3,32 m hay de diferencia.

**1** Realiza las siguientes operaciones.

a)  $73,987 + 20,621 + 0,34 + 23,96 =$

c)  $0,702 + 11,8 + 238,4945 + 9,2 =$

b)  $234,76 - 155,3 =$

d)  $74,78 - 7,831 =$

**2** Una casa tiene 30,56 metros de altura. El cuarto piso está situado a 15,3 metros del suelo. ¿Qué distancia hay desde este piso hasta la azotea?

# 4

## OBJETIVO 4

# REALIZAR MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES CON NÚMEROS DECIMALES

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para **multiplicar** dos números decimales:

- 1.º Se multiplican como si fueran números naturales, sin tener en cuenta la coma.
- 2.º En el resultado obtenido se coloca la coma. Para ello, se cuentan desde la derecha tantos lugares como cifras decimales tengan los dos factores.

### EJEMPLO

Para forrar mis libros y carpetas de este curso he necesitado 2,75 m de forro. El precio del metro de forro es de 1,30 €. ¿Cuánto me ha costado en total?

$$\begin{array}{r} 2,75 \\ \times 1,3 \\ \hline 825 \\ 275 \\ \hline 3,575 \end{array} \text{ € me ha costado en total.}$$

Para **multiplicar** un número decimal por 10, 100, 1.000... se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$\begin{array}{l} 78,562 \cdot 100 = 7.856,2 \\ 4,739 \cdot 1.000 = 4.739 \end{array}$$

### 1 Efectúa las operaciones.

- |                       |                         |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $34,5 \cdot 1,2 =$ | c) $71,23 \cdot 4 =$    |
| b) $654 \cdot 12,7 =$ | d) $108,24 \cdot 9,6 =$ |

### 2 Un pueblo tenía 13.568 habitantes en 1970. En 1988 la población se multiplicó por 1,5 y en 2001 se multiplicó por 2,25 en relación a 1988. ¿Cuántos habitantes había en el año 2001?

### 3 Realiza las siguientes operaciones.

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $534,235 \cdot 100 =$  | d) $3,56 \cdot 10 =$      |
| b) $98,381 \cdot 1.000 =$ | e) $5,7 \cdot 100 =$      |
| c) $0,78 \cdot 100 =$     | f) $10,840 \cdot 1.000 =$ |

- 4 Un ciclista se entrena en un circuito de 62,35 m de longitud. ¿Cuántos metros habrá recorrido si realiza 10 vueltas al circuito? ¿Y si hace 100? ¿Y 1.000?

- 5 Indica, en cada caso, la unidad seguida de ceros por la que se ha multiplicado.

a)  $19,45 \cdot \dots = 1.945$

d)  $4,8 \cdot \dots = 48.000$

b)  $34,820 \cdot \dots = 348,2$

e)  $0,658 \cdot \dots = 6.580$

c)  $1,4 \cdot \dots = 14$

f)  $437,1 \cdot \dots = 43.710$

Para **multiplicar** un número decimal por un número natural seguido de ceros:

1.º Se multiplica el número decimal solo por el número natural sin los ceros.

2.º El producto obtenido se multiplica por la unidad seguida de los ceros que tenga el número natural.

$$8,56 \cdot 200 \begin{cases} 8,56 \cdot 2 = 17,12 \\ 17,12 \cdot 100 = 1.712 \end{cases}$$

- 6 Calcula los siguientes productos.

a)  $9,45 \cdot 200 =$

c)  $12,4 \cdot 300 =$

b)  $3,41 \cdot 4.000 =$

d)  $18,5 \cdot 5.000 =$

- 7 Sabiendo que  $364 \cdot 123 = 44.772$ , coloca la coma decimal en estos productos.

a)  $3,64 \cdot 1,23 = 44772$

c)  $3,64 \cdot 1.230 = 44772$

b)  $36,4 \cdot 12,3 = 44772$

d)  $36,4 \cdot 1,23 = 44772$

- 8 Realiza las siguientes operaciones combinadas con números decimales. Si lo precisas, recuerda el orden: parentesis, multiplicaciones, sumas y restas.

a)  $(73,4 \cdot 2,5) - (56,7 + 3,8) =$

b)  $(12,72 - 11,04) \cdot (58,7 + 0,99) =$

c)  $2,56 \cdot (23,98 + 41,07) =$

d)  $1,3 \cdot (28,5 \cdot 20) =$

### DIVISIÓN DECIMAL DE DOS NÚMEROS NATURALES

- 1.º Si la **división es exacta**, el resto es cero,  $r = 0$ . (Recuerda que  $D = d \cdot c + r$ .)
- 2.º Si la **división no es exacta**, el resto es distinto de cero y menor que el divisor,  $r \neq 0$  y  $r < d$ .
- 3.º Se puede seguir dividiendo, bajando un cero al resto y poniendo una coma decimal en el cociente hasta obtener una división con resto cero, o aproximar con una, dos, tres o más cifras decimales.

### EJEMPLO

#### División exacta

$$\begin{array}{r} 352 \overline{)16} \\ 032 \quad 22 \\ \hline 0 \end{array}$$

#### División no exacta

$$\begin{array}{r} 125 \overline{)20} \longrightarrow 125 \overline{)20} \\ 056 \qquad \qquad \qquad 050 \quad 6,25 \\ \hline 100 \\ \hline 00 \end{array}$$

### DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Existen tres casos:

- 1.º **Dividendo decimal y divisor natural.** Se divide como si fuera una división normal, pero al bajar la primera cifra decimal se pone la coma en el cociente.
- 2.º **Dividendo natural y divisor decimal.** Se suprime la coma del divisor y se añaden tantos ceros al dividendo como cifras decimales tenga el divisor.
- 3.º **Dividendo y divisor decimales.** Se suprime la coma del divisor y se desplaza la coma del dividendo tantos lugares a la derecha como cifras decimales tiene el divisor. Si es necesario, se añaden ceros al dividendo.

### EJEMPLO

#### Dividendo decimal y divisor natural

$$\begin{array}{r} 8,5 \overline{)5} \\ 35 \quad 1,7 \\ \hline 0 \end{array}$$

#### Dividendo y divisor decimales

$$\begin{array}{r} 1,28 \overline{)0,2} \\ \downarrow \\ 128 \overline{)20} \\ 080 \quad 6,4 \\ \hline 00 \end{array}$$

#### Dividendo natural y divisor decimal

$$\begin{array}{r} 441 \overline{)3,6} \\ \downarrow \\ 4410 \overline{)36} \\ 081 \quad 122,5 \\ \hline 090 \\ \hline 180 \\ \hline 00 \end{array}$$

**9** Calcula.

a)  $3.480 : 2 =$

c)  $524 : 20 =$

e)  $5.855 : 25 =$

b)  $1.505 : 5 =$

d)  $1.006 : 80 =$

f)  $6.435 : 35 =$

**10** Efectúa las siguientes divisiones.

a)  $253,35 : 25 =$

c)  $0,52 : 0,2 =$

b)  $9.680 : 12,5 =$

d)  $158,75 : 1,25 =$

**11** En una fiesta de cumpleaños hay  $9,5 \ell$  de refresco de cola. Si los vasos tienen una capacidad de  $0,25 \ell$ , ¿cuántos se llenarán?

**12** Un ciclista ha dado 25 vueltas a un circuito durante un entrenamiento. Ha recorrido un total de 235 km. ¿Qué longitud tiene el circuito?

Para **dividir** un número decimal entre 10, 100, 1.000... se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga el divisor: 1, 2, 3...

$$834,7 : 100 = 8,347$$

$$18,3 : 1.000 = 0,0183$$



# 4

---

**13** Realiza estas operaciones.

a)  $534,235 : 100 =$

d)  $30,56 : 10 =$

b)  $98,381 : 1.000 =$

e)  $5,7 : 100 =$

c)  $4,78 : 10 =$

f)  $7.108,40 : 1.000 =$

**14** Una carretera tiene una longitud de 3.500 km. Se van a poner teléfonos de emergencia cada 10 km. ¿Cuántos teléfonos podrán instalarse? Y si se van a poner gasolineras cada 25 km, ¿cuántas se instalarán?

**15** Antonio, Tomás, Juana y Manuela han reunido 156,34 € para adquirir material deportivo. Si todos han puesto la misma cantidad, ¿cuál ha sido la aportación de cada uno?

# 5

## OBJETIVO 1

# SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### NÚMEROS NEGATIVOS

En nuestra vida diaria observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) Hemos dejado el coche aparcado en el segundo sótano.
- b) El submarino está a ciento veinte metros bajo el nivel del mar.
- c) Hace una temperatura de cuatro grados bajo cero.
- d) Tu cuenta está en números rojos, debes 160 euros.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) El coche está en la planta  $-2$ .                      Se lee «menos dos».
- b) El submarino está a  $-120$ .                      Se lee «menos 120».
- c) Hace una temperatura de  $-4$  °C.                      Se lee «menos cuatro».

$-2$ ,  $-120$ ,  $-4$ ,  $-160$  son **números negativos**.

Expresan cantidades, situaciones, medidas, cuyo valor es **menor que cero**.

Les precede el signo **menos (-)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *menos que, deber, bajo, disminuir o restar*.

#### 1 Expresa con números negativos.

- a) La cueva está a cincuenta y cinco metros de profundidad.
- b) La sección de juguetes está en el tercer sótano.
- c) La temperatura es de un grado bajo cero.

#### 2 Escribe situaciones que representen estos números negativos.

- a)  $-2$ : .....
- b)  $-5$ : .....
- c)  $-10$ : .....

### NÚMEROS POSITIVOS

Por otro lado, también observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) La ropa vaquera está en la tercera planta.
- b) La gaviota está volando a cincuenta metros sobre el nivel del mar.
- c) ¡Qué calor! Estamos a treinta grados sobre cero.
- d) Tengo en el banco 160 €.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) La ropa vaquera está en la planta  $+3$ .                      Se lee «más tres».
- b) La gaviota vuela a  $+50$  m.                      Se lee «más cincuenta».
- c) ¡Qué calor! Estamos a  $+30$  °C.                      Se lee «más treinta».

$+3$ ,  $+50$ ,  $+30$ ,  $+160$  son **números positivos**.

Expresan cantidades, situaciones o medidas, cuyo valor es **mayor que cero**.

Les precede el signo **más (+)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *más que, tengo, sobre, aumentar o añadir*.

**3** Expresa con números positivos las siguientes expresiones.

- Estamos a treinta y dos grados sobre cero.
- El avión vuela a mil quinientos metros sobre el nivel del mar.
- El monte tiene una altura de ochocientos metros.
- La cometa puede volar a ochenta metros.

**4** Escribe situaciones que representen estos números positivos.

- +3: .....
- +10: .....
- +45: .....

**Los números positivos, negativos y el cero forman el conjunto de los números enteros.**

Positivos: +1, +2, +3, +4, +5, +6, ... (naturales con signo +)

Negativos: -1, -2, -3, -4, -5, -6, ...

Cero: 0

**5** Expresa con un número entero estas situaciones.

- El helicóptero vuela a 150 m.
- Estoy flotando en el mar.
- El termómetro marca 4 grados bajo cero.
- El Everest mide 8.844 m.
- Ana tiene una deuda de 46 €.
- Te espero en la planta baja.

**6** Representa con un dibujo los botones del ascensor de un edificio que tiene 7 plantas, una planta baja y 4 plantas para aparcar.

**7** Un termómetro ha marcado las siguientes temperaturas (en °C) durante una semana. Exprésalo con números enteros.

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
Dos sobre cero	Cinco sobre cero	Cero grados	Tres bajo cero	Dos sobre cero	Uno bajo cero	Cinco sobre cero

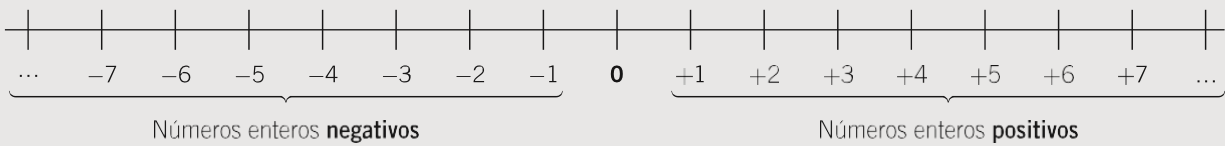
NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS. ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA**

Ya conocemos la recta en la que se representan los números naturales, incluyendo el cero. Ahora vamos a representar los números enteros.

- 1.º Dibujamos una recta.
- 2.º Señalamos el origen  $O$ , que es el valor cero  $0$ .
- 3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
- 4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
- 5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa que los números están ordenados:



- 1** Representa en una recta los siguientes números enteros:  $+8$ ,  $-9$ ,  $+5$ ,  $0$ ,  $-1$ ,  $+6$ ,  $-7$ ,  $+11$ ,  $-6$ .

- 2** Representa en una recta numérica los números  $-5$  y  $+5$ .

- a) Señala de rojo los números enteros entre  $-5$  y  $0$ .
- b) Señala de azul los números enteros entre  $+5$  y  $0$ .
- c) ¿Qué observas?

- 3** Considera los siguientes números:  $-7$ ,  $+8$ ,  $+3$ ,  $-10$ ,  $+6$ ,  $+4$ ,  $-2$ .

- a) Representalos en la recta numérica.
- b) ¿Cuál está más alejado del origen?
- c) ¿Y cuál está más cercano?
- d) Escribe, para cada uno de ellos, otro número situado a igual distancia del origen que él.

- 4** En una ciudad el termómetro osciló entre las siguientes temperaturas.

**Máxima:  $+3$  °C.**

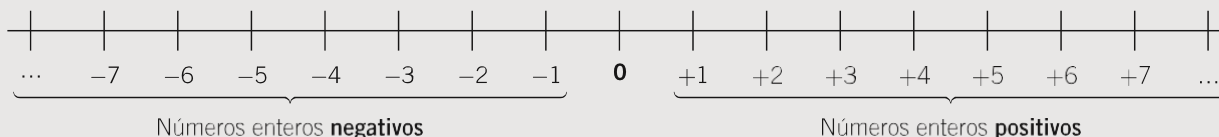
**Mínima:  $-4$  °C.**

- a) Representa ambos valores en una recta numérica.
- b) Indica si pudieron marcarse estas temperaturas:  $-2$  °C,  $+4$  °C,  $-5$  °C,  $+1$  °C,  $0$  °C,  $+2$  °C.
- c) Representa las temperaturas en la recta numérica.

### COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Hemos estudiado que en la recta se representan los números enteros ordenados.

- 1.º Este orden supone una determinada colocación en la recta numérica.
- 2.º Un número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo.
- 3.º Entre varios números enteros, siempre es **mayor** el que está situado **más a la derecha** de la recta.
- 4.º Utilizamos los símbolos mayor que ( $>$ ) y menor que ( $<$ ).



$$+5 > -3 \qquad -6 < -3 \qquad +7 < +11 \qquad -4 > -8$$

$$\dots, -7 < -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < +1 < +2 < +3 < +4 < +5 < +6 < +7, \dots$$

$$\dots, +7 > +6 > +5 > +4 > +3 > +2 > +1 > 0 > -1 > -2 > -3 > -4 > -5 > -6 > -7, \dots$$

- 5 Ordena, de menor a mayor, los siguientes números.  
 $+11, -2, +8, 0, -1, +5, -6, +3, -3, +7, -4, -9, +17$

- 6 Ordena, de mayor a menor, estos números.  
 $-8, -16, +5, -2, +13, +3, -4, -9, +9, 0, +18, -10$

- 7 Representa y ordena, de menor a mayor, los números  $-5, +3, -8, +4, -2, +7, -1$ .

- 8 Escribe el signo que corresponda ( $>$  o  $<$ ) entre cada par de números enteros.

a)  $+5$    $-2$

c)  $-1$    $0$

e)  $+11$    $+15$

g)  $-7$    $-4$

b)  $0$    $+8$

d)  $-4$    $+1$

f)  $+10$    $-9$

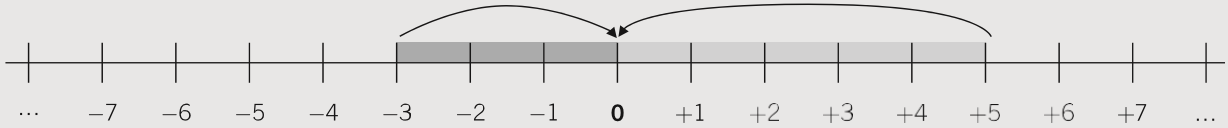
h)  $+5$    $-11$

- 9 Escribe todos los números enteros que sean:

- a) Mayores que  $-4$  y menores que  $+2$ .
- b) Menores que  $+3$  y mayores que  $-5$ .
- c) Menores que  $+1$  y mayores que  $-2$ .
- d) Mayores que  $0$  y menores que  $+3$ .
- e) Menores que  $-3$  y mayores que  $-6$ .

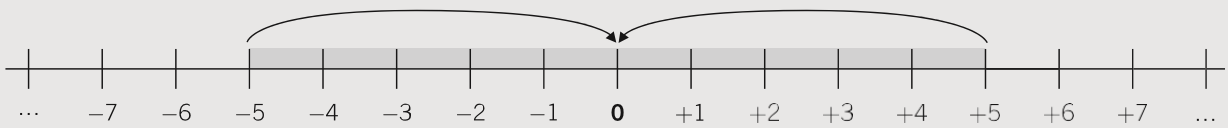
## VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

- El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que le separa del cero en la recta numérica.
- En la práctica se escribe entre dos barras  $| |$  y resulta el mismo número sin su signo.  
 Valor absoluto de  $-3$  se escribe  $|-3|$  y es 3.  
 Valor absoluto de  $+5$  se escribe  $|+5|$  y es 5.



Observa que:

$$|+5| = 5 \quad \text{y} \quad |-5| = 5$$



- Los números  $+5$  y  $-5$  están a la misma distancia del origen: 5 unidades.
- Se dice que son números opuestos y se escriben así:  
 $\text{op } (+5) = -5$                        $\text{op } (-5) = +5$
- Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto.

**10** Completa la siguiente tabla.

VALOR ABSOLUTO	RESULTADO	SE LEE
$ +10 $	10	El valor absoluto de $-10$ es 10.
$ -8 $		
	7	
	7	
$ -9 $		
		El valor absoluto de $-15$ es 15.

**11** Representa en la recta numérica los siguientes números enteros.

- a)  $+7$  y  $-7$                       b)  $+4$  y  $-4$                       c)  $-6$  y  $+6$                       d)  $+10$  y  $-10$

¿Qué observas? ¿Cómo son estos números?

**12** Para cada número entero, halla su número opuesto y represéntalo en una recta numérica.

- a)  $-3$                                       b)  $-12$                                       c)  $+9$                                       d)  $+8$

**COMPARACIÓN DE DOS O MÁS NÚMEROS ENTEROS A PARTIR DEL VALOR ABSOLUTO**

- Entre dos o más números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.
- Entre dos o más números enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto (se encuentra a menos distancia del origen 0, valor cero).

**EJEMPLO**

$+7 > +3$  porque:  $|+7| = 7$  y  $|+3| = 3$   $7 > 3$   
 $-4 > -6$  porque:  $|-4| = 4$  y  $|-6| = 6$  4 unidades están más cerca del cero que 6 unidades.

**13** Escribe el signo que corresponda,  $<$  o  $>$ , para los siguientes números.

- a)  $+7$    $+10$       c)  $-5$    $0$       e)  $-10$    $-8$       g)  $+11$    $0$   
 b)  $+9$    $+5$       d)  $-16$    $+20$       f)  $+13$    $-11$       h)  $+3$    $-3$

**14** Ordena los números enteros, de mayor a menor, y represéntalos en la recta numérica.

$-5, -3, -9, -11, -10, -8, -6, -4$

**15** Ordena estos números enteros, de mayor a menor, y represéntalos en la recta numérica.

$+5, +3, +9, +11, +10, +8, +6, +4$

**16** Compara los siguientes pares de números enteros y represéntalos en la recta numérica.

- a)  $+13$  y  $-2$       b)  $-5$  y  $-7$       c)  $+4$  y  $+1$       d)  $-5$  y  $0$

**17** ¿Es necesario hallar el valor absoluto para comparar dos números si uno es positivo y el otro negativo? ¿Por qué? Pon un ejemplo.

# 5

## OBJETIVO 3

# REALIZAR SUMAS Y RESTAS CON NÚMEROS ENTEROS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Para **sumar** dos números enteros del **mismo signo** se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

### EJEMPLO

$$(+3) + (+2) \left\{ \begin{array}{l} |+3| = 3 \\ 3 + 2 = 5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} |+2| = 2 \\ 3 + 2 = 5 \end{array} \right. \quad (+3) + (+2) = +5$$

$$(-4) + (-1) \left\{ \begin{array}{l} |-4| = 4 \\ 4 + 1 = 5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} |-1| = 1 \\ 4 + 1 = 5 \end{array} \right. \quad (-4) + (-1) = -5$$

Para **sumar** dos números enteros de **distinto signo** se restan sus valores absolutos y se pone el signo del mayor sumando.

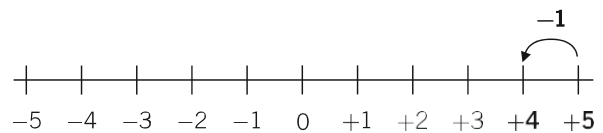
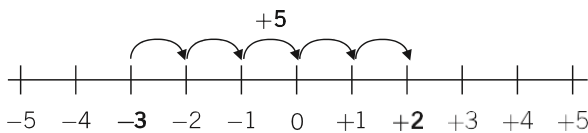
### EJEMPLO

$$(+5) + (-1) \left\{ \begin{array}{l} |+5| = 5 \\ 5 - 1 = 4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} |-1| = 1 \\ 5 - 1 = 4 \end{array} \right. \quad (+5) + (-1) = +4$$

$$(-3) + (+5) \left\{ \begin{array}{l} |-3| = 3 \\ 5 - 3 = 2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} |+5| = 5 \\ 5 - 3 = 2 \end{array} \right. \quad (-3) + (+5) = +2$$

$$(-3) + (+5) = +2$$

$$(+5) + (-1) = +4$$



### 1 Realiza las siguientes sumas.

a)  $(+5) + (+10) =$

c)  $(-5) + (-10) =$

e)  $(+7) + (-2) =$

b)  $(-4) + (+4) =$

d)  $(-7) + (+11) =$

f)  $(-8) + (+6) =$

### 2 Representa en la recta numérica estas sumas.

a)  $(-3) + (-1)$

b)  $(+4) + (+4)$

c)  $(+5) + (-2)$

d)  $(-2) + (-5)$

e)  $(+4) + (-4)$



Para **restar** dos números enteros hay que sumar al primer sumando el opuesto del segundo. Se aplica a continuación la regla de la suma de números enteros.

### EJEMPLO

$$(+5) - (+2) = (+5) + (-2) = +3 \quad \text{op } (+2) = -2 \left. \begin{array}{l} | +5 | = 5 \\ | -2 | = 2 \end{array} \right\} 5 - 2 = 3$$

$$(-6) - (-1) = (-6) + (+1) = -5 \quad \text{op } (-1) = +1 \left. \begin{array}{l} | -6 | = 6 \\ | +1 | = 1 \end{array} \right\} 6 - 1 = 5$$

### 3 Realiza las siguientes restas.

a)  $(+10) - (+5) = (+10) + (-5) =$

d)  $(-15) - (+7) =$

b)  $(+8) - (-12) =$

e)  $(-1) - (-1) =$

c)  $(-18) - (+10) =$

f)  $(-15) - (-10) =$

### 4 Un submarino se encuentra a 100 metros de profundidad. Si asciende 55 metros, ¿cuál es su posición ahora? Expresa el problema numéricamente.

### OPERACIONES COMBINADAS DE SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS ENTEROS

Para agilizar las operaciones, hay que tener en cuenta una serie de reglas:

- En las sumas se prescinde del signo + de la propia suma.
- Cuando el primer sumando es positivo se escribe sin su signo.
- Un paréntesis con números en su interior:
  - Siempre se efectúa en primer lugar.
  - Engloba a todos los números que hay dentro de él.
  - El signo que le precede afecta a todos los números de su interior.
  - **Signo +**  $\longrightarrow$  Mantiene los signos de los números de su interior.
  - **Signo -**  $\longrightarrow$  Cambia los signos de los números (los transforma en sus opuestos).
- Podemos operar de dos formas:
  - Sumar por separado los enteros positivos, los enteros negativos y hallar la resta de ambos.
  - Realizar las operaciones en el orden en que aparecen.

### EJEMPLO

$$(+7) + (+2) = 7 + 2 = 9$$

$$(-4) + (-1) = -4 - 1 = -5$$

$$+(-5 + 3 - 2 + 7) = -5 + 3 - 2 + 7 = -7 + 10 = +3$$

$$+(-5 + 3 - 2 + 7) = -5 + 3 - 2 + 7 = -2 - 2 + 7 = -4 + 7 = +3$$

$$-(-5 + 3 - 2 + 7) = +5 - 3 + 2 - 7 = 7 - 10 = -3$$

$$-(-5 + 3 - 2 + 7) = +5 - 3 + 2 - 7 = +2 + 2 - 7 = 4 - 7 = -3$$

**5** Realiza las siguientes operaciones utilizando las reglas anteriores.

a)  $(+11) + (-2) = 11 - 2 = 9$

d)  $(+10) - (+2) =$

b)  $(+7) + (+1) =$

e)  $(-11) - (-10) =$

c)  $(-15) + (-4) =$

f)  $(-7) + (+1) =$

**6** Calcula.

a)  $7 - 5 =$

d)  $-3 + 8 =$

b)  $11 - 4 + 5 =$

e)  $-1 + 8 + 9 =$

c)  $-9 - 7 =$

f)  $-10 + 3 + 7 =$

**7** Haz las operaciones.

a)  $5 - 7 + 19 - 20 + 4 - 3 + 10 =$

b)  $-(8 + 9 - 11) =$

c)  $9 - 11 + 13 + 2 - 4 - 5 + 9 =$

d)  $-(20 + 17) - 16 + 7 - 15 + 3 =$

**8** Opera de las dos formas explicadas.

a)  $8 - (4 - 7) =$

b)  $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c)  $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d)  $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e)  $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f)  $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**

Para multiplicar dos números enteros se siguen estos pasos.

- 1.º Se multiplican sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí).
- 2.º Al resultado le colocamos el signo + si ambos números son **de igual signo**, y el signo – si son **de signos diferentes**.

**EJEMPLO**

$$\begin{array}{l} (+5) \cdot (-3) = -15 \\ (-5) \cdot (-3) = +15 \\ (+5) \cdot (+3) = +15 \end{array} \left. \begin{array}{l} 5 \cdot 3 = 15 \\ 5 \cdot 3 = 15 \\ 5 \cdot 3 = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El resultado es } -15 \text{ ya que son de distinto signo (positivo y negativo).} \\ \text{El resultado es } +15 \text{ ya que son de igual signo (negativo).} \\ \text{El resultado es } +15 \text{ ya que son de igual signo (positivo).} \end{array}$$

**DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS**

Para dividir dos números enteros se siguen estos pasos.

- 1.º Se dividen sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí y siempre que la división sea exacta).
- 2.º Al resultado le colocamos el signo + si ambos números son **de igual signo**, y el signo – si son **de signos diferentes**.

**EJEMPLO**

$$\begin{array}{l} (+20) : (-4) = -5 \\ (-20) : (-4) = +5 \\ (+20) : (+4) = +5 \end{array} \left. \begin{array}{l} 20 : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El resultado es } -5 \text{ ya que son de distinto signo (positivo y negativo).} \\ \text{El resultado es } +5 \text{ ya que son de igual signo (negativo).} \\ \text{El resultado es } +5 \text{ ya que son de igual signo (positivo).} \end{array}$$

Para agilizar las operaciones de multiplicación y división de números enteros se utiliza la **regla de los signos**:

**Multiplicación**

$$\begin{array}{l} (+) \cdot (+) = + \\ (-) \cdot (-) = + \\ (+) \cdot (-) = - \\ (-) \cdot (+) = - \end{array}$$

**División**

$$\begin{array}{l} (+) : (+) = + \\ (-) : (-) = + \\ (+) : (-) = - \\ (-) : (+) = - \end{array}$$

**1 Realiza las siguientes operaciones.**

- a)  $(+7) \cdot (+2) =$
- b)  $(+12) \cdot (-3) =$
- c)  $(-10) \cdot (+10) =$
- d)  $(-5) \cdot (+8) =$
- e)  $(-1) \cdot (-1) =$
- f)  $(+5) \cdot (+20) =$

**2 Efectúa.**

- a)  $(+16) : (+2) =$
- b)  $(-8) : (-1) =$
- c)  $(-25) : (+5) =$
- d)  $(-100) : (+10) =$
- e)  $(+12) : (-3) =$
- f)  $(+45) : (+9) =$

**3 Calcula las operaciones aplicando la regla de los signos.**

- a)  $(+12) \cdot (-3) =$
- b)  $(-20) : (-10) =$
- c)  $(+6) \cdot (-6) =$
- d)  $(+80) : (-8) =$
- e)  $(-9) : (-3) =$
- f)  $(-100) : (+25) =$
- g)  $(-1) \cdot (-18) =$
- h)  $(-77) : (-11) =$
- i)  $(+10) \cdot (+4) =$
- j)  $(-9) \cdot (+8) =$
- k)  $(+35) : (+5) =$
- l)  $(-12) \cdot (+5) =$

**4 Completa con los números enteros correspondientes.**

- a)  $(+9) \cdot \dots = -36$
- b)  $(-7) \cdot \dots = +21$
- c)  $\dots \cdot (-8) = -40$
- d)  $\dots \cdot (+10) = -100$
- e)  $(-30) \cdot \dots = +30$
- f)  $(+6) \cdot \dots = 0$

**5 Completa con los números enteros correspondientes.**

- a)  $(+42) : \dots = -7$
- b)  $(-8) : \dots = +1$
- c)  $\dots : (-9) = +6$
- d)  $(-20) : \dots = -20$
- e)  $\dots : (-6) = +5$
- f)  $(+9) : \dots = -9$

# 6

OBJETIVO 1

## DIFERENCIAR ENTRE LENGUAJE NUMÉRICO Y ALGEBRAICO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- **Potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

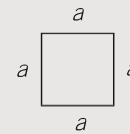
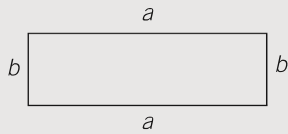
$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \text{ (n veces)}$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

- **Perímetro** de un polígono es la medida de su contorno, es decir, la suma de sus lados.

Rectángulo:  $P = a + b + a + b$

Cuadrado:  $P = a + a + a + a$

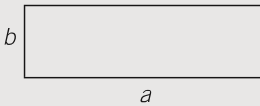


- **Área** de un polígono es la medida de su superficie.

Rectángulo:  $A = b \cdot a$

Cuadrado:  $A = a \cdot a = a^2$

Triángulo:  $A = \frac{b \cdot h}{2}$



El lenguaje que utilizamos habitualmente se llama lenguaje **usual**, y es con el que escribimos y/o hablamos. También usamos el lenguaje **numérico**, en el que empleamos números y signos aritméticos.

### EJEMPLO

#### Lenguaje usual

- La suma de dos más cuatro es seis.
- Diez menos tres es siete.
- Ocho dividido entre dos es cuatro.
- El cuadrado de tres es nueve.
- La mitad de doce es seis.

#### Lenguaje numérico

$$2 + 4 = 6$$

$$10 - 3 = 7$$

$$8 : 2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

### 1 Expresa las siguientes frases con lenguaje numérico.

- El triple de dos es seis.
- Veinte dividido entre cinco es cuatro.
- Quince menos ocho es siete.
- El cubo de dos es ocho.
- La cuarta parte de doce es tres.
- La suma de once más nueve es veinte.
- Catorce entre dos es siete.

- Además del lenguaje escrito y el lenguaje numérico, se utilizan **letras**, normalmente minúsculas, para designar a un número cualquiera y para sustituir números.
- El lenguaje que utiliza letras en combinación con números y signos se llama **lenguaje algebraico**. La parte de las Matemáticas que estudia la relación entre números, letras y signos se denomina Álgebra.
- Las letras más usuales son:  $x, y, z, a, b, c, m, n, t, r, s$ , y representan a cualquier número.

**EJEMPLO**

<u>Lenguaje usual</u>	<u>Lenguaje numérico</u>
La suma de dos números.	$a + b$
Un número aumentado en cuatro unidades.	$x + 4$
El triple de un número.	$3 m$

**2** Completa la siguiente tabla.

LENGUAJE USUAL	LENGUAJE ALGEBRAICO
El doble de un número	
Un número disminuido en 3 unidades	
La mitad de un número	
El cuadrado de un número	
El triple de un número	
Un número aumentado en 5 unidades	

**3** Escribe con lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La suma de 15 y 20	Sí	No	$15 + 20$
La diferencia entre $a$ y $b$			
El cuadrado de $c$			
La diferencia entre 15 y 9			
El doble de 6			
El triple de $y$			
El doble de $x$ más dos unidades			

**4** Escribe las frases en lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La diferencia entre $a$ y $b$ es igual a 10	No	Sí	$a - b = 10$
Tres elevado al cuadrado es igual a 9			
La cuarta parte de $x$ es 6			
La suma de diez y nueve es diecinueve			
El triple de diez veces $y$ es igual a doce			
El doble de nueve es 18			
Tu edad hace cuatro años			
Tu edad dentro de cuatro años			

# 6

## OBJETIVO 2

# OBTENER EL VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Una **expresión algebraica** es el conjunto de números y letras combinados con los signos de las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación, división y potenciación.

### EJEMPLO

- El **área** de un cuadrado se obtiene multiplicando la medida de sus lados:

$$A = l \cdot l = l^2$$

- El **perímetro** de un campo de fútbol es la suma de sus lados (bandas):

$$P = x + y + x + y$$

### EJEMPLO

$$a + b$$

$$2 \cdot a$$

$$\frac{x}{3} + 1$$

$$x^2 + 1$$

$$3 \cdot (a + b)$$

$$x + y - 5$$

- 1 Utiliza expresiones algebraicas para expresar las siguientes informaciones.

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El doble de la suma de dos números	$2 \cdot (x + y)$
El área de un cuadrado de lado 2	
El cuadrado de un número más 4 unidades	
El perímetro de un campo de baloncesto (largo $b$ y ancho $a$ )	
El producto de tres números cualesquiera	
La mitad de un número	
El doble de un número más 3 unidades	

- 2 Inventa frases para estas expresiones algebraicas.

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
	$a + b$
	$\frac{x}{4}$
	$m + 2$
	$3 \cdot (a \cdot b)$
	$\frac{x}{3} + 2$
	$2 \cdot (x - y)$

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta de **sustituir** las letras por números y realizar las operaciones que se indican.

### EJEMPLO

Halla el valor numérico de la expresión  $2 \cdot x + 1$ , para  $x = 1$ .

Primero habrá que sustituir la  $x$  de la expresión por el valor que se indica: 1.

$$2 \cdot 1 + 1$$

Realizamos la operación y obtenemos el resultado, el valor numérico:

$$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

**3** Halla el valor numérico de la expresión  $3 \cdot x - 5$  cuando  $x$  toma los valores.

a)  $x = 0$

$$3 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$$

c)  $x = 1$

e)  $x = -1$

b)  $x = 2$

d)  $x = -2$

f)  $x = -3$

**4** Calcula el valor de las expresiones para estos valores.

Valor de $x$	$3 \cdot x - 2$	$x^2 + 1$
$x = 1$	$3 \cdot 1 - 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	$1^2 + 1 =$ $= 1 + 1 = 2$
$x = 2$		
$x = -1$		
$x = 0$		
$x = -2$		

Valor de $a$ y $b$	$5 \cdot a - 2 \cdot b$	$(a + b)^2$
$a = 0$ $b = 1$	$5 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$ $= 0 - 2 = -2$	$(0 + 1)^2 =$ $= 1^2 = 1$
$a = 1$ $b = 2$		
$a = -1$ $b = -2$		
$a = 2$ $b = 3$		
$a = -2$ $b = -3$		



# 6

OBJETIVO 3

## IDENTIFICAR MONOMIOS. REALIZAR OPERACIONES CON MONOMIOS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### MONOMIOS

Un **monomio** es la expresión algebraica más simple y está formada por productos de letras y números.

- Los números se denominan **coeficientes**.
- Las letras se denominan **parte literal**.

Ejemplos de monomios:  $2 \cdot x$ ;  $5 \cdot x^2$ ;  $-x$ ;  $x$ ;  $-3 \cdot y^2$ ;  $3 \cdot a \cdot b$

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$2 \cdot x$	2	$x$

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$-3 \cdot a \cdot b$	-3	$a \cdot b$

### REGLAS PARA ESCRIBIR MONOMIOS

1.<sup>a</sup> El factor 1 no se pone:

$$1 \cdot x \cdot y \text{ es igual que } x \cdot y.$$

2.<sup>a</sup> El exponente 1 no se indica:

$$-3 \cdot x^1 \cdot y^2 \text{ es igual que } -3 \cdot x \cdot y^2.$$

3.<sup>a</sup> El signo de multiplicación no se pone ni entre los números ni entre las letras:

$$2 \cdot a \cdot b^2 \text{ es igual que } 2ab^2.$$

1 Completa las siguientes tablas.

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$-5ab$	-5	
$x^3$		

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL
$4xyz$	4	
$-3ab^2c$		

### GRADO DE UN MONOMIO

Los monomios se clasifican por grados. El **grado** de un monomio es el número que resulta de sumar todos los exponentes de la parte literal del monomio.

### EJEMPLO

MONOMIO	GRADO	EXPLICACIÓN
$2x$	1	El exponente de $x$ es 1.
$-4x^2y$	3	La suma de los exponentes de $x^2y^1$ es 3.
$-5ab$	2	La suma de los exponentes de $a^1b^1$ es 2.

2 Completa la siguiente tabla.

VALOR DE $x$	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO	EXPLICACIÓN DEL GRADO
$2x$	2	$x$	1	
$-4a^2bc^3$				
$3x^3$				

**MONOMIOS SEMEJANTES**

Dos o más monomios son **semejantes** cuando tienen la misma parte literal.

**EJEMPLO**

MONOMIOS		PARTE LITERAL		¿SON SEMEJANTES?
$2x$	$3x$	$x$	$x$	Sí
$4x^2y$	$2xy^2$	$x^2y$	$xy^2$	No

3 Para cada monomio escribe dos que sean semejantes y sus partes literales.

MONOMIO	SEMEJANTE	SEMEJANTE	PARTE LITERAL
$3x$			
$-2a^2b$			
$-5x^3$			
$-y^2z^3$			

**POLINOMIOS**

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por sumas y/o restas de dos o más monomios **no semejantes**.

- Cada uno de los sumandos se denomina término.
- Un término puede tener coeficiente y parte literal, o solo coeficiente y/o parte literal.
- Existen términos que solo tienen números, son los términos independientes.
- Los polinomios también se pueden clasificar por grados.

El término de mayor grado determina el grado del polinomio sumando los exponentes de su parte literal.

**EJEMPLO**

POLINOMIO	TÉRMINOS	T. INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$3x^3 + 5x - 4$	$3x^3$ $5x$ $-4$	$-4$	El grado de $x^3$ es 3
$-2ab + 4b$	$-2ab$ $4b$	No tiene	El grado de $a^1b^1$ es 2

4 Completa la siguiente tabla.

POLINOMIO	TÉRMINOS	T. INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$-2x^2 + 3x - 1$			
$4ab - 2a^2b$			
$6x^3 - 5x^2 + 2x - 4$			
$7xy + 2y$			

5 Escribe un polinomio de grado 3 que tenga dos términos y otro con tres términos.

6 Indica el grado de los siguientes monomios y polinomios.

- a)  $4x + 3x^2 + 1$   
b)  $4x^2y$

- c)  $x^3 - 1$   
d)  $3x + 4x^2 - 2x^3 - 8$

### SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

- La **suma** o **resta** de monomios se puede realizar si son semejantes, es decir, si tienen la misma parte literal.
- El resultado es otro monomio que tiene por coeficiente la suma o resta de los coeficientes y la misma parte literal.

$$\begin{array}{l} \square\square\square + \square\square = \square\square\square\square\square \\ 3p + 2p = 5p \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \square\square\square + \square\square = \square\square\square\square\square \\ 3p + 2p = 5p \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Son monomios semejantes.} \\ \text{La parte literal es } p. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square\square\square\square\square - \square\square = \square\square\square \\ 5p - 2p = 3p \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \square\square\square\square\square - \square\square = \square\square\square \\ 5p - 2p = 3p \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Son monomios semejantes.} \\ \text{La parte literal es } p. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square\square\square + \square\square = \square\square\square\square\square \\ 3p + 2g = 3p + 2g \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \square\square\square + \square\square = \square\square\square\square\square \\ 3p + 2g = 3p + 2g \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Son monomios no semejantes.} \\ \text{La suma se deja indicada.} \end{array}$$

7 Realiza las siguientes operaciones.

- a)  $x + x + x + x + x + x =$   
b)  $x^2 + x^2 =$   
c)  $5ab + 3ab - 2ab =$   
d)  $5a - 2a - 4a =$   
e)  $2x^3 - x^3 =$   
f)  $6p + 2p + 5p =$

8 Escribe dos monomios semejantes y súmalos.

- a)  $x + \dots + \dots =$   
b)  $\dots + \dots + 3a =$   
c)  $\dots + 2x^3 + \dots =$   
d)  $\dots + \dots + 3xy =$

9 Escribe otro monomio semejante y réstalos.

- a)  $6x - \dots =$   
b)  $\dots - 5x^2 =$   
c)  $8ab - \dots =$   
d)  $\dots - 3xy =$

10 Reduce las siguientes expresiones.

- a)  $x^2 + 4x + 5x^2 + x = 6x^2 + 5x$   
b)  $6x^2 - 7x + 2x^2 - x =$   
c)  $3x^3 - 2x + 5x^2 - x^3 + 4x^2 =$   
d)  $7ab + 5ab - ab + 6ab - 2ab =$   
e)  $3xy - xy + 2xy + 5x - 2y + y + x =$   
f)  $2a - 5a + 4a - a + 10a - 6a =$

### MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

- La multiplicación entre monomios es otro monomio que tiene:
  - Por coeficiente, el producto de los coeficientes (*números*).
  - Por parte literal, el producto de las partes literales (*letras*).
- Recuerda el producto de potencias de la misma base, la multiplicación de números enteros y la regla de los signos.

$$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$$

$$\begin{array}{l} + \cdot + = + \\ - \cdot - = + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array}$$

### EJEMPLO

$$2x \cdot 3x^2$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 3 = 6 \\ x \cdot x^2 = x^3 \end{array} \right\} 2x \cdot 3x^2 = 6x^3$$

$$-4x^2 \cdot 5x^3$$

$$\left. \begin{array}{l} -4 \cdot 5 = -20 \\ x^2 \cdot x^3 = x^5 \end{array} \right\} -4x^2 \cdot 5x^3 = -20x^5$$

### 11 Realiza las siguientes operaciones.

a)  $3a \cdot 2a =$

c)  $2x \cdot 3x \cdot 4x =$

e)  $x \cdot x \cdot x =$

b)  $5a \cdot (-5a^2) =$

d)  $(-3a) \cdot (-4a^2) =$

f)  $(-4x) \cdot (3x^2) =$

### 12 Opera y reduce, eliminando los paréntesis. Fíjate en el ejemplo.

Ejemplo:  $2 \cdot (2x - 3) = 2 \cdot 2x - 2 \cdot 3 = 4x - 6$



a)  $2 \cdot (x + 1) =$

c)  $2 \cdot (x - 2) =$

b)  $3 \cdot (x^2 + x) + 5x =$

d)  $-4 \cdot (x^2 - x) - 2x =$

### DIVISIÓN DE MONOMIOS

- La **división** de dos monomios es otro monomio que tiene:
  - Por coeficiente, el cociente de los coeficientes.
  - Por parte literal, el cociente de las partes literales.
- Recuerda la división de potencias de la misma base, la división de números enteros y la regla de los signos.

$$x^5 : x^2 = x^{5-2} = x^3$$

$$\begin{array}{l} + : + = + \\ - : - = + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} + : - = - \\ - : + = - \end{array}$$

### EJEMPLO

$$\frac{8x^2}{2x} = \frac{8}{2} \cdot \frac{x^2}{x} = 4x$$

$$8 : 2 = 4; x^2 : x = x^{2-1} = x$$

$$-\frac{12x^5}{3x^5} = -\frac{12}{3} \cdot \frac{x^5}{x^5} = -4 \cdot 1 = -4$$

$$-12 : 3 = -4; x^5 : x^5 = x^{5-5} = x^0 = 1$$

### 13 Opera.

a)  $\frac{x^3}{x} =$

b)  $\frac{-3x^4}{5x^2} =$

c)  $\frac{6a^4}{2a^3} =$

d)  $\frac{15x^2}{3y^2} =$

# 6

## OBJETIVO 4

# COMPRENDER EL SIGNIFICADO DE IGUALDAD, IDENTIDAD Y ECUACIÓN

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### IGUALDAD

Una **igualdad** es una expresión **matemática** separada por un signo igual (=).

Las igualdades pueden ser:

- **Numéricas**, si solo aparecen números:  
 $5 + 2 = 7$  o verdadera  
 $5 + 2 = 8$  o falsa
- **Algebraicas**, si aparecen números y letras:  
 $10 + x = 13$

**1** Escribe tres igualdades numéricas y otras tres algebraicas.

Numéricas

Algebraicas

**2** Indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Razona tus respuestas.

- a)  $(3 \cdot 7) + 21 = 15 + 10$
- b)  $22 - 10 = 8 \cdot 2$
- c)  $(6 \cdot 4) - 5 = (7 \cdot 2) + 7$
- d)  $25 : 5 = (10 \cdot 5) - (9 \cdot 5)$

### IDENTIDAD

Una **identidad** es una igualdad algebraica (números y letras) que se cumple para cualquier valor de las letras.

### EJEMPLO

$$x + x = 2x$$

$$\text{Si } x = 1: 1 + 1 = 2 \cdot 1; 2 = 2$$

$$a + b = b + a$$

$$\text{Si } a = 1, b = 2: 1 + 2 = 2 + 1; 3 = 3$$

**3** Comprueba que las identidades se cumplen; da valores y verifica la igualdad.

a)  $2x + x = 3x$

b)  $a \cdot b = b \cdot a$

**4** Di si son verdaderas o falsas las siguientes identidades.

a)  $a + b = b + a$

c)  $a - b = b - a$

e)  $x + x = x^2$

b)  $x + x = 2x$

d)  $x \cdot x = x^2$

f)  $x \cdot x = 2x$

**ECUACIÓN**

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que solo se cumple para determinados valores de las letras.

**EJEMPLO**

$x + 2 = 8$   $\longrightarrow$  Solo se cumple cuando  $x$  toma el valor 6:  $6 + 2 = 8$ .

- 5 Indica cuáles de las expresiones son igualdades, identidades o ecuaciones.

EXPRESIÓN	TIPO
$6 + 5 = 11$	
$3 + x = 15$	
$a + b = b + a$	
$7 + 3 = 10$	
$20 - x = 4$	
$x + x + x = 3x$	

- 6 Halla mentalmente el valor  $x$  en las siguientes ecuaciones.

EXPRESIÓN	VALOR DE $x$	RAZONAMIENTO
$5 + x = 7$	$x = 2$	$5 + 2 = 7$
$11 - x = 6$		
$9 - x = 1$		
$10 - x = 3$		
$x + 1 = 1$		
$10 - 2x = 4$		

- 7 Completa los huecos para verificar las ecuaciones.

a) ..... + 5 = 15

c) ..... - 6 = 11

e) ..... + 8 = 12

b) 3 - ..... = 3

d) 17 + ..... = 20

f) 22 - ..... = 12

# 6

## OBJETIVO 5

# RESOLVER ECUACIONES SENCILLAS DE PRIMER GRADO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### LAS ECUACIONES Y SU ESTRUCTURA

#### Miembros

Una ecuación es una igualdad algebraica que está separada por un signo igual (=).

Este signo diferencia dos partes en la ecuación, llamadas **miembros**, que contienen términos formados por números y/o letras.

$$\text{Primer miembro} = \text{Segundo miembro}$$

$$5 + x = 12$$

$$\text{Términos: } 5, x \quad \text{Término: } 12$$

#### Incógnitas

La incógnita es el valor que desconocemos y queremos hallar. Es un valor numérico y se representa habitualmente por las letras  $x, y, z, a, b$ .

- En la ecuación  $5 + x = 12$ ,  $x$  es la incógnita, el valor que desconocemos.
- El término  $x$  tiene grado 1,  $x = x^1$ , por lo que estas ecuaciones se denominan **ecuaciones de primer grado con una incógnita**.

#### Solución

La solución es el valor numérico que debemos hallar para que se verifique una ecuación.

- En la ecuación  $5 + x = 12$ ,  $x = 7$  es la solución de la ecuación.
- Si sustituimos la incógnita por su valor se verifica la ecuación:  $5 + 7 = 12$ .

### 1 Completa la siguiente tabla.

ECUACIÓN	PRIMER MIEMBRO	SEGUNDO MIEMBRO	TÉRMINOS	INCÓGNITA	GRADO
$7 + x = 20$					
$18 = 2x$					
$5x = 12 + x$					
$14 - 3x = 8 + x$					

### 2 Indica la solución de las ecuaciones.

a)  $7 + x = 20$

c)  $3x = 6$

b)  $15 - x = 12$

d)  $18 = 2x$

### RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

#### Resolución por tanteo

Este método utiliza el razonamiento y la intuición para probar valores numéricos en enunciados sencillos y obtener su solución.

- En la ecuación:  $x + 5 = 12$ , la pregunta sería: ¿Qué número sumado a 5 da 12?
- Solución:  $x = 7$ , ya que  $7 + 5 = 12$ .

**3** Completa la tabla.

ECUACIÓN	PREGUNTA	SOLUCIÓN	COMPROBACIÓN
$x + 8 = 11$	¿Qué número sumado a 8 da 11?	$x = 3$	$3 + 8 = 11$
$x - 6 = 9$			
$18 = 2x$			
$x^2 = 4$			

**4** Calcula la solución por tanteo.

ECUACIÓN	SOLUCIÓN
$x + 1 = 7$	
$14 = 2x$	
$\frac{x}{6} = 3$	
$x^2 = 9$	

### REGLAS PRÁCTICAS PARA RESOLVER ECUACIONES

El objetivo de resolver ecuaciones es encontrar y hallar la incógnita. Para ello, debemos conseguir «dejarla sola», despejarla y encontrar el valor numérico que verifica la igualdad.

- 1.º Observamos la ecuación. Detectamos en qué miembro/s está/n la/s incógnita/s.
- 2.º Si los hubiera, reducimos términos que sean semejantes (números y/o letras).
- 3.º Para despejar la incógnita debemos transponer los términos que acompañan a las incógnitas mediante operaciones aritméticas.

Si en los dos términos de una ecuación se efectúa la misma operación: suma, resta, multiplicación o división, la igualdad no varía, y se obtiene otra equivalente.

- 4.º Reducimos términos semejantes (números y/o letras).
- 5.º Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

### EJEMPLO

Resuelve la ecuación  $5 + x = 12$ .

- 1.º  $5 + x = 12$ . Observamos que la incógnita está en el primer miembro.
- 2.º No hay términos semejantes para reducir.
- 3.º  $5 + (-5) + x = 12 + (-5)$ . Despejamos  $x$ . Transponemos 5, sumando su opuesto  $(-5)$  en ambos miembros.
- 4.º  $0 + x = 12 - 5$ . Reducimos términos semejantes.
- 5.º  $x = 7$ . Despejamos y hallamos el valor numérico de la incógnita.

**5** Resuelve las siguientes ecuaciones.

a)  $x + 10 = 16$

$x + 10 = 16$

$x + 10 + (-10) = 16 + (-10)$

$x + 0 = 16 - 10$

$x = 4$

b)  $12 = 6 + x$

c)  $x - 7 = 3$



# 6

---

## 6 Halla la solución de las ecuaciones.

a)  $4x - 7 = 3 - x$

$$4x - 7 + (+7) + x = 3 - x + (+7)$$

$$4x - 7 + 7 = 3 - x + 7$$

$$4x = 10x$$

$$4x + (+x) = 10 - x + (+x)$$

$$4x + x = 10$$

$$5x = 10$$

$$5x \quad 10$$

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{x}$$

$$x = 2$$

Las incógnitas están en el primer y segundo miembro.

No hay términos semejantes para reducir.

Agrupamos las incógnitas y los números por separado.

Transponemos  $-7$  sumando su opuesto  $(+7)$  en ambos miembros.

Reducimos términos semejantes.

Transponemos  $-x$  sumando su opuesto  $(+x)$  en ambos miembros.

Reducimos términos semejantes.

Transponemos 5 dividiendo entre 5 en ambos miembros.

Reducimos términos.

Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

b)  $6x - 2x = 8$

c)  $8x - 5x = 12$

## 7 Resuelve estas ecuaciones.

a)  $3x + 2 + x = 8 + 2x$

b)  $x + 8 = 3x - 6$

c)  $5x - 3x = 20 + x$

## 8 Completa la resolución de las ecuaciones, dando prioridad a las operaciones entre paréntesis.

a)  $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$   
 $3x - 9 = 5x - 5 - 6x$

b)  $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$   
 $-2x + 3 = 2x + 12 - 7x$

# 7

## OBJETIVO 1

### CONOCER LAS UNIDADES. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- Una magnitud es una cualidad, característica... de un objeto que podemos medir.  
Ejemplo: longitud, masa, capacidad, superficie, volumen, velocidad...
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida:  
Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, centilitros, metros cuadrados, metros cúbicos, kilómetros por hora...
- El Sistema Métrico Decimal es un sistema de medida **decimal** porque las unidades se relacionan entre sí mediante **potencias de 10**.

- Para **multiplicar** un número por **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$3,47 \cdot 100 = 347$$

$$589 \cdot 1.000 = 589.000$$

- Para **dividir** un número entre **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$25,87 : 100 = 0,2587$$

$$29 : 10 = 2,9$$

#### 1 Une cada magnitud con su unidad correspondiente.

El agua de un embalse
La capacidad de una lata de refresco
La capacidad de una piscina
La velocidad de un ciclista
El peso de un saco de patatas
La longitud de un bolígrafo
El área de un campo de girasoles
La distancia entre dos pueblos
El peso de un camión
La altura de un rascacielos

36 kilómetros por hora
7.450 metros cuadrados
45 kilogramos
12.000 litros
4.500 kilogramos
350 metros
33 centilitros
15 centímetros
145 hectómetros cúbicos
25 kilómetros

#### 2 Realiza las siguientes operaciones.

a)  $34,56 \cdot 100 =$

d)  $0,71 \cdot 1.000 =$

g)  $139 \cdot 10 =$

b)  $0,198 \cdot 100 =$

e)  $3.528 \cdot 10 =$

h)  $7 \cdot 10.000 =$

c)  $18,2 \cdot 1.000 =$

f)  $0,1 \cdot 10 =$

i)  $84.002 \cdot 100 =$

#### 3 Calcula.

a)  $987 : 1.000 =$

d)  $0,37 : 10 =$

g)  $23.600 : 100 =$

b)  $15,37 : 100 =$

e)  $0,9 : 10 =$

h)  $253,6 : 1.000 =$

c)  $46 : 10 =$

f)  $61.302 : 10.000 =$

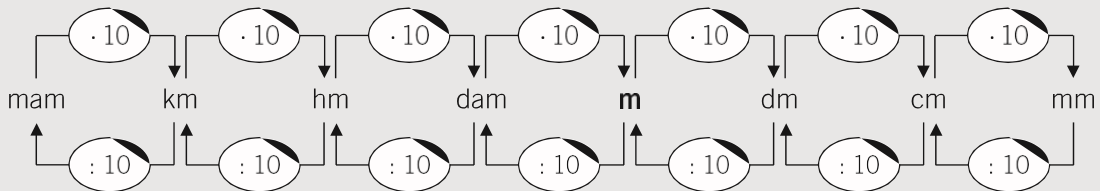
i)  $47,05 : 100 =$

## UNIDADES DE LONGITUD

- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del metro son:

MÚLTIPLOS DEL METRO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL METRO		
10.000 m miriámetro mam	1.000 m kilómetro km	100 m hectómetro hm	10 m decámetro dam	<b>metro</b> <b>m</b>	0,1 m decímetro dm	0,01 m centímetro cm	0,001 m milímetro mm

- Cada unidad, en la vida real, se emplea para medir:
  - Grandes distancias como carreteras, vías férreas: mam, km, hm.
  - Distancias intermedias como calles, alturas: dam, m.
  - Pequeñas medidas como fotografías, mobiliario: dm, cm.
  - Medidas reducidas como alfileres, insectos: mm.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.



### 4 Asocia una unidad de longitud con cada ejemplo.

- |                                |                                     |                   |
|--------------------------------|-------------------------------------|-------------------|
| a) La altura de una casa.      | d) La distancia entre dos ciudades. | g) Una ventana.   |
| b) La longitud de una hormiga. | e) El tablero de tu pupitre.        | h) Un imperdible. |
| c) Tu altura.                  | f) La anchura de una calle.         | i) Tu habitación. |

### 5 Ordena, de menor a mayor (<), las medidas. Toma como referencia el metro, pasando todas las medidas a esta unidad.

1.500 cm - 3,5 m - 94,7 dm - 0,15 km - 0,03 dam - 6.341 mm - 1,3 m - 2,04 km - 1.000 m

### 6 Completa la siguiente tabla.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
2,1						
				13.472		
			34			
	0,33					
		9,35				
					7.749	
						54

7 Expresa las siguientes alturas en hectómetros y kilómetros.

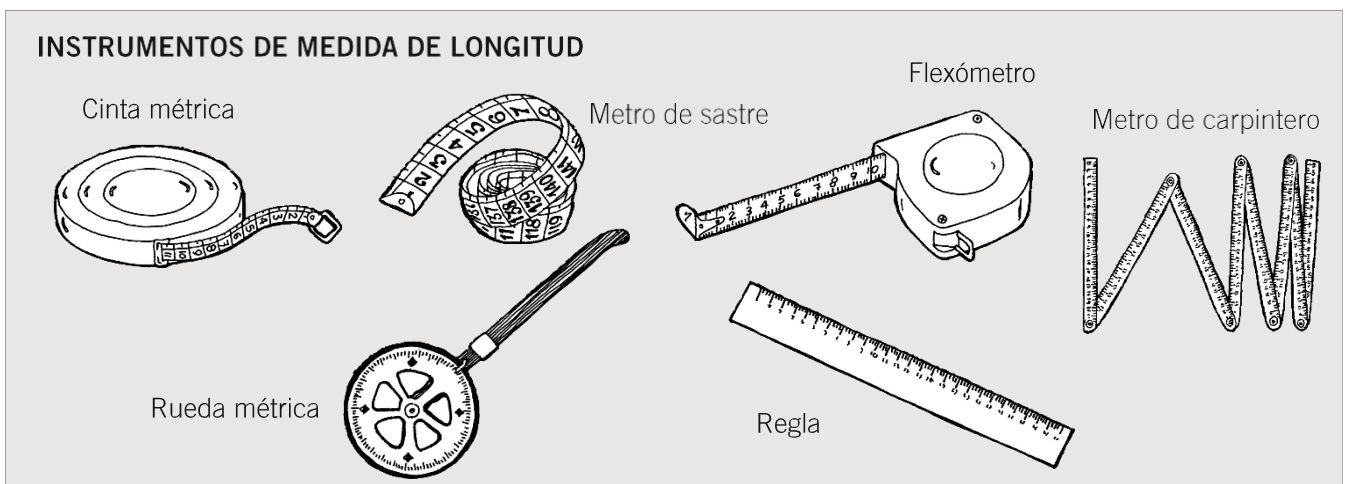
NOMBRE	ALTURA (en m)	ALTURA (en hm)	ALTURA (en km)
Everest	8.844		
Mont Blanc	4.810		
Mulhacén	3.482		
Teide	3.718		
Almanzor	2.592		
Aneto	3.404		

8 Expresa la longitud de estos ríos en hectómetros y metros.

NOMBRE	LONGITUD (en km)	LONGITUD (en hm)	LONGITUD (en m)
Tajo	1.120		
Ebro	927		
Duero	913		
Guadiana	743		
Guadalquivir	680		
Júcar	535		
Segura	341		
Miño	340		

9 Completa.

- a) 5,5 km = ..... m                      c) 6,7 dam = ..... m                      e) 785 cm = ..... m  
 b) 34,5 mm = ..... m                      d) 12 km = ..... m                      f) 1,60 dm = ..... m



## UNIDADES DE MASA

- El **kilogramo** y el **gramo** son las unidades principales de masa. Abreviadamente se escriben **kg** y **g**.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del gramo son:

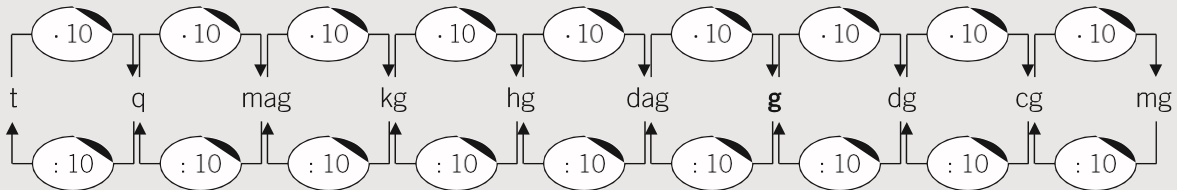
MÚLTIPLOS DEL GRAMO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL GRAMO		
10.000 g miriagramo mag	1.000 g kilogramo kg	100 g hectogramo hg	10 g decagramo dag	<b>gramo</b> <b>g</b>	0,1 g decigramo dg	0,01 g centigramo cg	0,001 g miligramo mg

- Para medir grandes masas se utilizan:

Unidades	Símbolo	Equivalencias (en kg)	Equivalencia (en g)
Tonelada métrica	t	1.000 kg	1.000.000 g
Quintal métrico	q	100 kg	100.000 g

Ejemplos: carga de un avión, envíos de alimentos, masa de un camión, etc.

- Para transformar una unidad de masa en otra se multiplica o se divide por 10.



- 10** Ordena, de mayor a menor (>), las siguientes medidas. Toma como referencia el gramo o el kilogramo y pasa todas las medidas a la unidad que elijas.

27 dag - 27 dg - 56 g - 0,23 hg - 1,02 kg - 8,34 cg - 345 mg - 0,5 t - 1,1 q

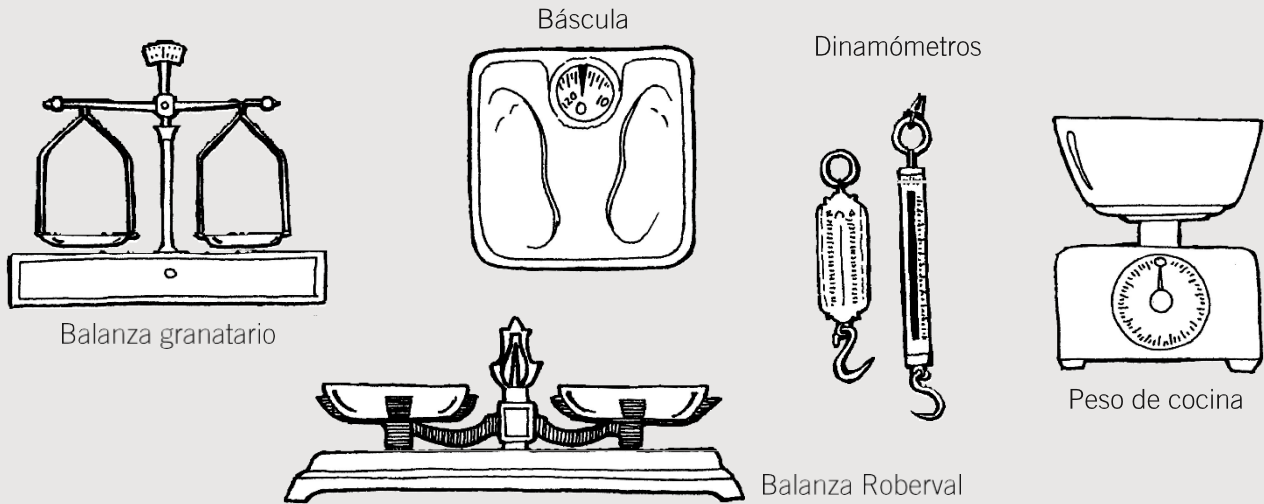
- 11** Completa la siguiente tabla.

t	q	kg	g	dg	cg	mg
0,5						
				31.872		
			65			
	0,31					
		9				
					1.749	
						59

- 12** Completa.

- a) 2,5 kg = ..... g                      c) 0,7 dag = ..... g                      e) 587 cg = ..... g  
 b) 5.345 mg = ..... kg                      d) 1.258 g = ..... kg                      f) 6,6 dg = ..... kg

## INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE MASA

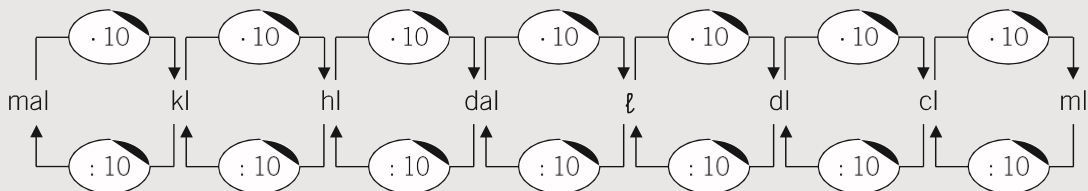


## UNIDADES DE CAPACIDAD

- El **litro** es la unidad principal de capacidad. Abreviadamente se escribe  $\ell$ .
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del litro son:

MÚLTIPLOS DEL LITRO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO		
10.000 $\ell$ mirialitro mal	1.000 $\ell$ kilolitro kl	100 $\ell$ hectolitro hl	10 $\ell$ decalitro dal	<b>litro</b> $\ell$	0,1 $\ell$ decilitro dl	0,01 $\ell$ centilitro cl	0,001 $\ell$ mililitro ml

- Para transformar una unidad de capacidad en otra se multiplica o se divide por 10.



- 13** Ordena, de menor a mayor (<), las siguientes medidas. Toma como referencia el litro y pasa todas las medidas a esta unidad.

250 cl - 1.500 ml - 2,5  $\ell$  - 0,005 kl - 0,7 dal - 19 dl - 7 hl - 30  $\ell$  - 450 cl

- 14 Completa la siguiente tabla.

kl	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
1,5						
				50		
					400	
	3,5					
			6			
						5.600
		14				

- 15 Completa.

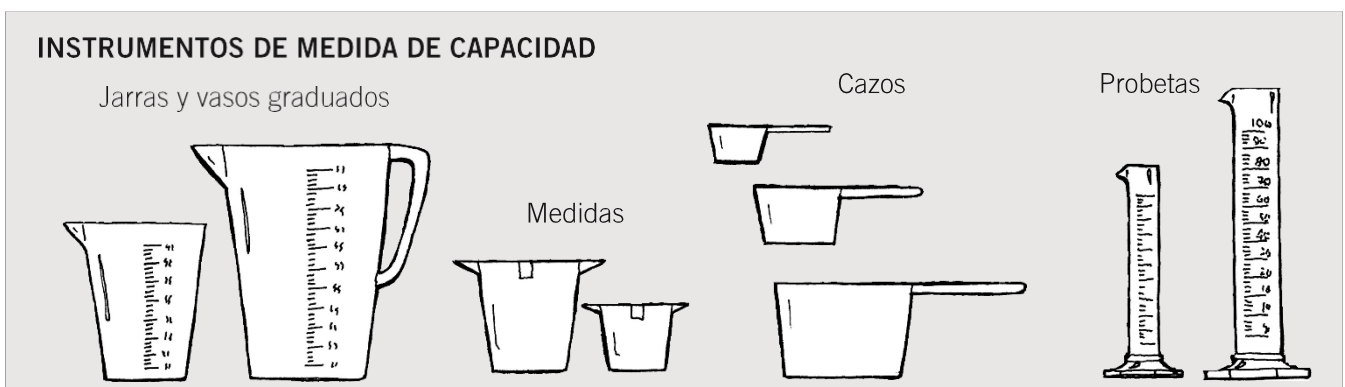
- a) 8,5 kl = ..... ℓ                      c) 0,7 dal = ..... ℓ                      e) 785 cl = ..... ℓ  
 b) 3.295 ml = ..... ℓ                      d) 36,5 hl = ..... ℓ                      f) 9,6 dl = ..... ℓ

- 16 Calcula las siguientes cantidades, expresando el resultado en litros.

- a)  $\frac{1}{4}$  de 500 hl =                              c)  $\frac{3}{4}$  de 1.000 kl =  
 b)  $\frac{2}{5}$  de 2.500 cl =                            d)  $\frac{1}{8}$  de 450 ml =

- 17 La capacidad de una piscina es de 75 kl. Actualmente contiene 300 hl.  
 ¿Cuántos litros faltan para que se llene?

- 18 Queremos llenar de vino un tonel, que tiene 5 dal de capacidad, con recipientes de 10 ℓ.  
 ¿Cuántos recipientes de 10 ℓ necesitaremos?



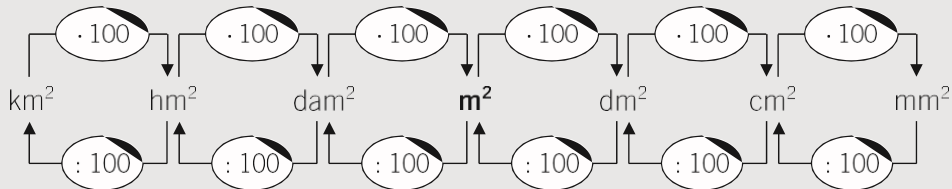
NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### UNIDADES DE SUPERFICIE

- El **metro cuadrado** es la unidad principal de superficie. Se escribe **m<sup>2</sup>**.
- Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado que tiene 1 metro de lado.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del m<sup>2</sup> son:

MÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO		
1.000.000 m <sup>2</sup> kilómetro cuadrado km <sup>2</sup>	10.000 m <sup>2</sup> hectómetro cuadrado hm <sup>2</sup>	100 m <sup>2</sup> decámetro cuadrado dam <sup>2</sup>	<b>metro cuadrado</b> <b>m<sup>2</sup></b>	0,01 m <sup>2</sup> decímetro cuadrado dm <sup>2</sup>	0,0001 m <sup>2</sup> centímetro cuadrado cm <sup>2</sup>	0,00001 m <sup>2</sup> milímetro cuadrado mm <sup>2</sup>

- Para medir superficies de grandes objetos se utilizan:



- Para medir grandes superficies, como extensiones agrarias o terrestres, se emplean otras unidades:

Unidades	Símbolo	Equivalencia	Equivalencia (en m <sup>2</sup> )
Hectárea	ha	1 hm <sup>2</sup>	10.000 m <sup>2</sup>
Área	a	1 dam <sup>2</sup>	100 m <sup>2</sup>
Centiárea	ca	1 m <sup>2</sup>	1 m <sup>2</sup>

- Si 1 m<sup>2</sup> es la superficie de un cuadrado de 1 m de lado, expresa.
  - 1 dm<sup>2</sup>
  - 1 cm<sup>2</sup>
  - 1 mm<sup>2</sup>
  - 1 dam<sup>2</sup>
  - 1 hm<sup>2</sup>
  - 1 km<sup>2</sup>
- Indica qué unidad de medida utilizarías para expresar las siguientes superficies.
  - Una calculadora de bolsillo.
  - La terraza de una casa.
  - Un campo de girasoles.
  - Un campo de fútbol.
  - Un botón.
  - El suelo del aula.
- Ordena, de menor a mayor (<), las siguientes medidas. Toma como referencia el metro cuadrado y pasa todas las medidas a esta unidad.

25,4 km<sup>2</sup> - 610 m<sup>2</sup> - 34.000 dm<sup>2</sup> - 157.530 cm<sup>2</sup> - 2,4 hm<sup>2</sup> - 2 dam<sup>2</sup> - 234.971 mm<sup>2</sup>



- 4 Completa la siguiente tabla.

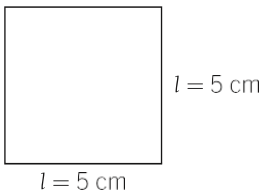
km <sup>2</sup>	ha	hm <sup>2</sup>	a	dam <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
	0,5				
			43		
0,25					
		30			
				625	
					2.500

- 5 Completa.

a)  $850 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$       c)  $7 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$       e)  $785 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$   
 b)  $3.295 \text{ mm}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$       d)  $36,5 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{ mm}^2$       f)  $6,9 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{ mm}^2$

- 6 El área de un cuadrado es el producto de lados,  $A = l \cdot l$ . Calcula el área de estos cuadrados en cm<sup>2</sup> y dm<sup>2</sup>. Fíjate en el ejemplo y dibuja las figuras.

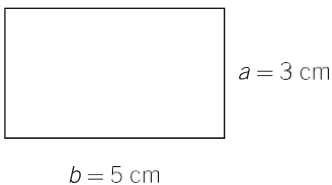
a)  $l = 5 \text{ cm}$       b)  $l = 3 \text{ cm}$       c)  $l = 4 \text{ cm}$



$$A = l \cdot l = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2 : 100 = 0,25 \text{ dm}^2$$

- 7 El área de un rectángulo es el producto de base por altura,  $A = b \cdot a$ . Calcula el área de estos rectángulos en cm<sup>2</sup> y dm<sup>2</sup>. Fíjate en el ejemplo y dibuja las figuras.

a)  $b = 5 \text{ cm}$      $a = 3 \text{ cm}$       b)  $b = 4 \text{ cm}$      $a = 2 \text{ cm}$       c)  $b = 6 \text{ cm}$      $a = 4 \text{ cm}$



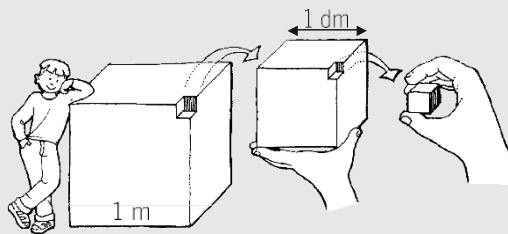
$$A = b \cdot a = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2 : 100 = 0,15 \text{ dm}^2$$

- 8 El suelo de una pista de gimnasia es un cuadrado cuyo lado mide 20 m. Determina su área.

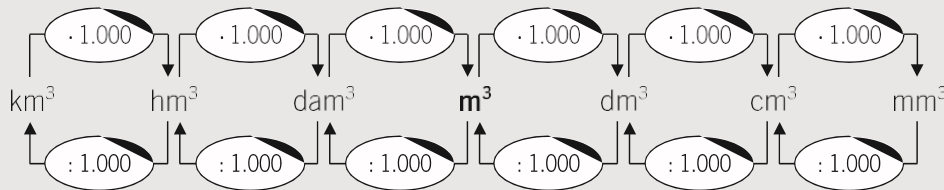
- 9 Un campo de fútbol tiene las siguientes medidas: de banda 100 m y de fondo 70 m. Halla el área total y expresa el resultado en m<sup>2</sup> y a.

## UNIDADES DE VOLUMEN

- El **metro cúbico** es la unidad principal de volumen. Se escribe  $m^3$ .
- Un metro cúbico es el volumen de un cubo que tiene 1 metro de arista.
- Los múltiplos del  $m^3$  son cubos que tienen de arista múltiplos del metro:
  - 1 decámetro cúbico,  $dam^3$ , es un cubo que tiene de arista 1 dam.
  - 1 hectómetro cúbico,  $hm^3$ , es un cubo que tiene de arista 1 hm.
  - 1 kilómetro cúbico,  $km^3$ , es un cubo que tiene de arista 1 km.
- Los submúltiplos del  $m^3$  son cubos que tienen de arista submúltiplos del metro:
  - 1 decímetro cúbico,  $dm^3$ , es un cubo que tiene de arista 1 dm.
  - 1 centímetro cúbico,  $cm^3$ , es un cubo que tiene de arista 1 cm.
  - 1 milímetro cúbico,  $mm^3$ , es un cubo que tiene de arista 1 mm.



- Para transformar una unidad de volumen en otra se multiplica o se divide por 1.000.



- Principales equivalencias:  $1 \text{ hm}^3 = 1.000 \text{ dam}^3 = 1.000.000 \text{ m}^3$   
 $1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$   
 $1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3 = 1.000.000 \text{ mm}^3$

### 10 Indica qué unidad de medida utilizarías para expresar los siguientes volúmenes.

- |                        |                                  |
|------------------------|----------------------------------|
| a) Una piscina.        | d) Un embalse.                   |
| b) Un dado de parchís. | e) Tu aula.                      |
| c) Un cartón de leche. | f) El maletero de una furgoneta. |

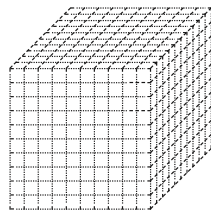
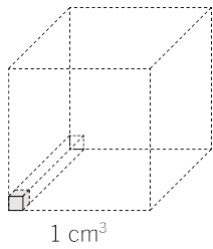
### 11 Ordena, de mayor a menor (>), las siguientes medidas. Toma como referencia el metro cúbico y pasa todas las medidas a esta unidad.

0,4  $km^3$  - 61  $dam^3$  - 54.000  $m^3$  - 3.157.530  $cm^3$  - 3,4  $hm^3$  - 2,01  $hm^3$  - 23.234.971  $mm^3$

### 12 Completa.

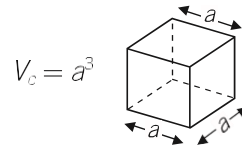
- |  |   |  |
|--|---|--|
| a) $950 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots m^3$    | c) $5 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots dm^3$     | e) $385 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots dm^3$   |
| b) $3.295 \text{ mm}^3 = \dots\dots\dots cm^3$ | d) $9,65 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots mm^3$ | f) $0,369 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots mm^3$ |

- 13** El volumen de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa. Sabemos que  $1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$ , es decir, que en un cubo de  $1 \text{ dm}$  ( $10 \text{ cm}$ ) de arista caben  $1.000$  cubos de  $1 \text{ cm}$  de arista.

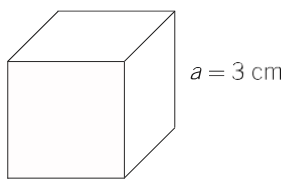


$1 \text{ dm}^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000 \text{ cm}^3$

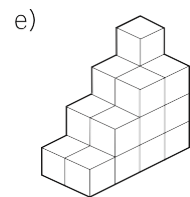
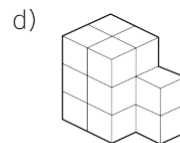
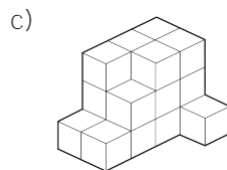
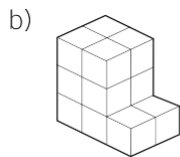
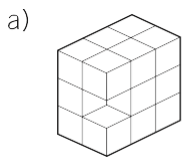
El volumen de un cubo es igual a:  
 largo · ancho · alto =  $a \cdot a \cdot a = a^3$



Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide  $3 \text{ cm}$ .



- 14** Si cada cubo mide  $1 \text{ cm}^3$ , calcula el volumen de las figuras.



- 15** Existen figuras geométricas que tienen una forma parecida a la del cubo.

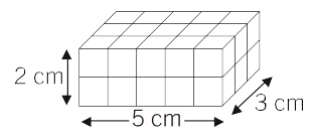
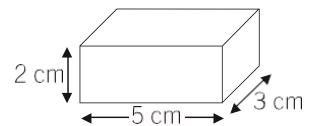
Por ejemplo, una piscina, tu aula, una caja de cerillas o un rascacielos. Calcular su volumen es muy sencillo: sus aristas no son iguales ( $a$ ,  $b$  y  $c$ ) y la fórmula es:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

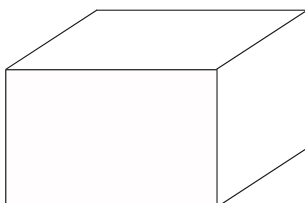
Estas figuras se llaman **ortopedros**, y son prismas geométricos cuyas caras son todas rectángulos.

Una caja de cerillas tiene las siguientes dimensiones:  $5 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  y  $2 \text{ cm}$ . Halla su volumen.

$$V = 5 \cdot 4 \cdot 2 = 40 \text{ cm}^3$$



Calcula el volumen de una piscina de dimensiones:  $10 \text{ m}$  de largo,  $8 \text{ m}$  de ancho y  $2 \text{ m}$  de alto.



# 7

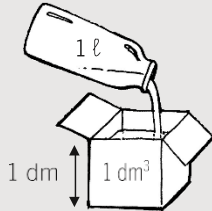
## OBJETIVO 3

# RELACIÓN ENTRE LAS UNIDADES DE VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- Si tomamos un recipiente de agua de 1 ℓ de capacidad y lo vertemos en 1 dm<sup>3</sup> *abierto*, observamos que cabe exactamente.

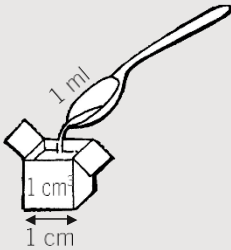
1 litro es el volumen de un cubo que tiene 1 dm de arista, es decir, la capacidad de 1 dm<sup>3</sup>.



Por tanto, **1 ℓ = 1 dm<sup>3</sup>**.

- Si tomamos un recipiente de agua de 1 ml de capacidad y lo vertemos en 1 cm<sup>3</sup> *abierto*, observamos que cabe exactamente.

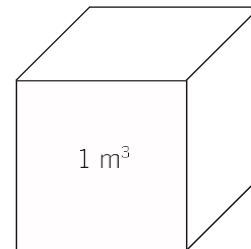
1 mililitro es el volumen de un cubo que tiene 1 cm de arista, es decir, la capacidad de 1 cm<sup>3</sup>.



Por tanto, **1 ml = 1 cm<sup>3</sup>**.

### 1 Recuerda las unidades de capacidad y volumen, y establece la equivalencia entre m<sup>3</sup>, dm<sup>3</sup>, ℓ y kl.

1 m<sup>3</sup> = ..... dm<sup>3</sup> = ..... ℓ = ..... kl



### 2 Expresa en ℓ.

- 4 m<sup>3</sup> = ..... ℓ
- 2.000 mm<sup>3</sup> = ..... ℓ
- 50 dm<sup>3</sup> = ..... ℓ
- 3,5 kl = ..... ℓ
- 3.000 cm<sup>3</sup> = ..... ℓ
- 0,5 m<sup>3</sup> = ..... ℓ

### 3 Expresa en dm<sup>3</sup>.

- 55 ℓ = ..... dm<sup>3</sup>
- 35 dl = ..... dm<sup>3</sup>
- 10 dal = ..... dm<sup>3</sup>
- 0,35 m<sup>3</sup> = ..... dm<sup>3</sup>
- 0,25 kl = ..... dm<sup>3</sup>
- 5.000 ml = ..... dm<sup>3</sup>

- Si tomamos un recipiente con agua destilada de 1 ℓ de capacidad (que ocupa 1 dm<sup>3</sup>) y lo pesamos en una balanza, esta se equilibraría exactamente con una pesa de 1 kg.

1 kg es la masa que tiene 1 dm<sup>3</sup> de agua destilada.



Por tanto, **1 kg = 1 ℓ**.

- Y si tomamos un recipiente con agua destilada de 1 ml de capacidad (que ocupa 1 cm<sup>3</sup>) y lo pesamos en una balanza, esta se equilibraría exactamente con una pesa de 1 g.

1 g es la masa que tiene 1 cm<sup>3</sup> de agua destilada.



Por tanto, **1 g = 1 cm<sup>3</sup>**.

#### TABLA DE EQUIVALENCIAS

UNIDADES DE VOLUMEN							
UNIDADES DE CAPACIDAD							
UNIDADES DE MASA							

$$1 \ell = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ kg}$$

#### 4 Expresa en kilogramos los siguientes volúmenes y capacidades de agua destilada.

- a) 45 ℓ = ..... kg                      c) 0,5 kl = ..... kg                      e) 3.000 cm<sup>3</sup> = ..... kg  
 b) 20 dm<sup>3</sup> = ..... kg                      d) 3,5 kl = ..... kg                      f) 0,5 m<sup>3</sup> = ..... kg

#### 5 Expresa en gramos estos volúmenes y capacidades de agua destilada.

- a) 55 ℓ = ..... g                      c) 1 dal = ..... g                      e) 0,25 cl = ..... g  
 b) 35 dl = ..... g                      d) 0,357 m<sup>3</sup> = ..... g                      f) 5.000 ml = ..... g

#### 6 Un embalse contiene 95 hm<sup>3</sup> de agua. Calcula.

- a) Su capacidad en m<sup>3</sup>.  
 b) Su capacidad en litros.  
 c) Si fuera agua destilada, ¿cuál sería su masa en toneladas y en kilogramos?

- 7** Considera que el aula de tu clase tiene las siguientes dimensiones: largo 0,9 dam, ancho 6 m y altura 300 cm. Calcula.

- a) El volumen de la clase expresado en  $m^3$ .
- b) La capacidad en litros si se llenara totalmente de agua.
- c) El peso en kg y t del agua.

- 8** Ordena, de menor a mayor, las siguientes medidas.

$$37,4 \text{ hm} - 134 \text{ cm} - 1,25 \text{ m} - 0,45 \text{ km}$$

- 9** Completa con las unidades adecuadas.

- a)  $25 \text{ hm} = 250 \dots\dots\dots = 25.000 \dots\dots\dots$
- b)  $3,7 \text{ km} = 0,37 \dots\dots\dots = 370 \dots\dots\dots$
- c)  $5,28 \text{ m} = 52,8 \dots\dots\dots = 0,0528 \dots\dots\dots$
- d)  $34,57 \text{ dam} = 3.457 \dots\dots\dots = 0,3457 \dots\dots\dots$

- 10** Ordena, de menor a mayor, las siguientes medidas.

$$1,34 \text{ m}^2 - 435 \text{ dm}^2 - 1.784 \text{ mm}^2 - 3.284 \text{ cm}^2$$

- 11** Ordena, de menor a mayor, las siguientes medidas.

$$0,003 \text{ m}^3 - 3.200 \text{ dm}^3 - 0,000002 \text{ m}^3$$

- 12** Las medidas de una pista de tenis son 24 m de largo y 8 m de ancho. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la pista? ¿Y hectáreas?

- 13** Una piscina tiene de medidas 50 m de largo, 20 m de ancho y 3 m de profundidad.

- a) Si un nadador hace 10 largos de piscina, ¿recorre más o menos de 1 km?
- b) ¿Cuál es el volumen de la piscina en  $dm^3$ ?
- c) ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenar la piscina?
- d) ¿Cuál es la masa en kilogramos del agua de la piscina?

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

- Para **multiplicar** un número por **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$3,47 \cdot 100 = 347$$

$$589 \cdot 1.000 = 589.000$$

- Para **dividir** un número entre **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$25,87 : 100 = 0,2587$$

$$29 : 10 = 2,9$$

- Al **dividir** el numerador entre el denominador de una fracción se obtiene un número decimal. Es el valor numérico de la fracción.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

- Dos fracciones son **equivalentes** si sus productos cruzados son iguales.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} \quad \frac{2}{5} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \frac{6}{15} \quad 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6; 30 = 30$$

**CONCEPTO DE MAGNITUD**

- Una **magnitud** es una cualidad o una característica de un objeto que podemos medir.  
Ejemplo: longitud, masa, número de alumnos, capacidad, velocidad, etc.
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida.  
Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, número de personas, litros, centilitros, kilómetros por hora, metros por segundo, etc.
- Para cada una de esas medidas existen diferentes cantidades de esa magnitud.  
Ejemplo: una regla de 1 metro, una caja de 2 kilogramos, un tonel de 5 litros, 95 km/h, etc.

**1 Indica si son magnitudes o no.**

- El peso de un saco de patatas.
- El cariño.
- Las dimensiones de tu pupitre.
- La belleza.
- Los litros de agua de una piscina.
- La risa.

**2 Indica dos unidades de medida para cada magnitud.**

- El precio de una bicicleta.
- La distancia entre dos pueblos.
- El peso de una bolsa de naranjas.
- El contenido de una botella.
- El agua de un embalse.
- La longitud de la banda de un campo de fútbol.

### PROPORCIONALIDAD

En un comedor escolar cada alumno se come 2 croquetas. Dos alumnos comen 4 croquetas; 3 alumnos, 6 croquetas; 4 alumnos, 8 croquetas... ¿Cuántas croquetas comen 9 alumnos? ¿Y 12 alumnos? ¿Y 15 alumnos?

NÚMERO DE ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NÚMERO DE CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Las series de números de ambas magnitudes, número de alumnos y croquetas, son proporcionales entre sí, porque se puede pasar de una serie a otra multiplicando o dividiendo por el mismo número (2).
- Decimos que entre las magnitudes, número de alumnos y número de croquetas que se comen, existe proporcionalidad.
- La relación entre las magnitudes se expresa mediante una tabla llamada **tabla de proporcionalidad**.

**3** Averigua el número por el que hay que multiplicar y/o dividir para pasar de una serie a otra, y que sean proporcionales.

a)

1	2	3	4	5		6
	10	15			30	

c)

3	4	5	6	7	8	9
						18

b)

1	2				6	7
3	6	9		15		

d)

1	10	100			10.000
10	100		10.000		

**4** En un mercado 1 kilogramo de manzanas cuesta 1,50 €. Elabora una tabla de proporcionalidad con las magnitudes: masa de manzanas (de 1 a 10 kg) y el precio correspondiente.

PESO (kg)	1									
PRECIO (€/kg)	1,50									

### RAZÓN ENTRE DOS NÚMEROS O CANTIDADES

- Una **razón** es el cociente entre dos números cualesquiera o cantidades que se pueden comparar.
- Si  $a$  y  $b$  son dos números, la razón entre ellos es  $\frac{a}{b}$ .
- No hay que confundir razón con fracción:
  - En una razón, los números  $a$  y  $b$  pueden ser números naturales y/o decimales.  
Por tanto,  $\frac{2,5}{5}$ ,  $\frac{4}{3,5}$ ,  $\frac{10}{25}$  son razones.
  - En una fracción, los números  $a$  y  $b$  son números naturales, y  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{10}{25}$  son fracciones.



**5** Indica si estos cocientes son fracciones o razones.

a)  $\frac{2}{5}$

b)  $\frac{0,5}{7}$

c)  $\frac{5}{10}$

d)  $\frac{3,5}{9}$

e)  $\frac{4}{8}$

Recordamos el ejemplo de los alumnos y las croquetas:

<b>NÚMERO DE ALUMNOS</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<b>NÚMERO DE CROQUETAS</b>	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Podemos expresar las razones de los valores de cada magnitud de la siguiente manera.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots, \frac{9}{18}, \dots, \frac{12}{24}, \dots, \frac{15}{30}$$

Son razones de las magnitudes número de alumnos y croquetas.

- Observamos que:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{3}{6} = 0,5 \quad \frac{4}{8} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{9}{18} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{12}{24} = 0,5 \quad \dots \quad \frac{15}{30} = 0,5$$

Forman una serie de razones iguales. Su valor es el mismo: 0,5.

- La igualdad de dos razones forma una **proporción**:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0,5 \quad \frac{9}{18} = \frac{12}{24} = 0,5$$

- El cociente de las razones de una proporción se llama **constante de proporcionalidad** (0,5).

**6** Completa estas series de razones iguales.

a)  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \dots = \dots = \dots$

c)  $\frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} = \dots = \dots = \dots$

b)  $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{12}{30} = \dots = \dots = \dots$

d)  $\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{27}{63} = \dots = \dots = \dots$

**7** Completa las tablas, forma razones iguales, escribe las proporciones e indica la constante de proporcionalidad.

a)

2	3	6	15	100
4				

b)

1		3		5	6
10					

### PROPIEDADES DE LAS RAZONES IGUALES

1.<sup>a</sup> La suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a la razón de proporcionalidad.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1+2+3+4}{2+4+6+8} = \frac{10}{20} = 0,5$$

2.<sup>a</sup> En una proporción, el producto de extremos es igual al producto de medios. Recuerda el concepto de fracciones equivalentes y los productos cruzados.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a \cdot d = b \cdot c \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} \quad 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

**8** Comprueba las propiedades de las razones iguales del ejercicio 7.

**9** Una entrada de cine cuesta 5 €. ¿Cuánto costarán 2, 4, 6, 8 y 10 entradas?

- Forma la tabla de valores.
- Escribe las razones iguales.
- Calcula la constante de proporcionalidad.
- Comprueba las propiedades de razones iguales.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

En un establo con 6 kg de pienso se alimentan 10 vacas; con 12 kg, 20 vacas; con 18 kg, 30 vacas; con 24 kg, 40 vacas; con 30 kg, 50 vacas...

Formamos la tabla de valores de ambas magnitudes:

<b>PIENSO (kg)</b>	6	12	18	24	30
<b>NÚMERO DE VACAS</b>	10	20	30	40	50

Observamos que:

1.º Al aumentar los kilos de pienso (doble, triple...), aumenta el número de vacas en la misma proporción (doble, triple...).

Al disminuir una magnitud (mitad, tercio...), la otra disminuye de la misma manera (mitad, tercio...).

2.º La razón entre dos valores cualesquiera de kilos de pienso y número de vacas

forma una proporción:  $\frac{6}{10} = \frac{12}{20}$        $\frac{18}{30} = \frac{24}{40}$        $\frac{6}{10} = \frac{30}{50}$

3.º La constante de proporcionalidad de dos o más valores de kilos de pienso y número de vacas es la misma:

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{18}{30} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = 0,6$$

Por tanto, las magnitudes, pienso y número de vacas, son **directamente proporcionales**.

**1 Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.**

- El peso de naranjas (en kilogramos) y su precio.
- La velocidad de un coche y el tiempo que emplea en recorrer una distancia.
- El número de operarios de una obra y el tiempo que tardan en terminarla.
- El número de hojas de un libro y su peso.
- El precio de una tela y los metros que se van a comprar.
- La edad de un alumno y su altura.

**2 En un supermercado encontramos la siguiente información.**

«1 botella de refresco de cola cuesta 3,50 €; 2 botellas, 6 €; 4 botellas, 11 €; 6 botellas, 16 €».

Indica si las magnitudes, número de botellas de refresco y precio que se paga por ellas, son directamente proporcionales. Razona tu respuesta.

**3 Completa las tablas para que los valores sean directamente proporcionales.**

Compruébalo aplicando las propiedades anteriores.

a)

3	6	12	24	48
4				

b)

4	8	12	16	4.820
1				

**EJEMPLO**

**Si 3 rotuladores cuestan 6 €, ¿cuánto costarán 7 rotuladores?**

- Intervienen dos magnitudes, número de rotuladores y precio, que son directamente proporcionales: cuantos más rotuladores compremos, más dinero costarán.
- Conocemos tres cantidades de estas magnitudes:  
2 cantidades de rotuladores: 3 y 7.  
1 cantidad de precio: 6 €, que corresponde a 3 rotuladores.
- Desconocemos una cuarta cantidad, lo que cuestan 7 rotuladores.

Se resuelve de la siguiente manera.

Si 3 rotuladores cuestan 6 }  
7 rotuladores costarán x }

Son magnitudes directamente proporcionales:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{x} \quad 3 \cdot x = 7 \cdot 6 \quad 3x = 42 \quad \frac{3x}{3} = \frac{42}{3} \quad x = 14$$

7 rotuladores costarán 14 €.

- 4** Dos kilos de naranjas cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 5 kg? ¿Y 12 kg?
- 5** En una obra, dos obreros realizan una zanja de 5 m. Si mantienen el mismo ritmo de trabajo, ¿cuántos metros de zanja abrirán si se incorporan 3 obreros más?
- 6** El precio de 12 fotocopias es de 0,50 €. ¿Cuánto costará hacer 30 fotocopias?
- 7** Un ciclista recorre 75 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?

- 8 Un túnel de lavado limpia 12 coches en una hora (60 minutos).  
¿Cuánto tiempo tardará en lavar 25 coches? ¿Y 50 coches?
- 9 Diez barras de pan cuestan 4,75 €. ¿Cuánto costarán 18 barras? ¿Y 24 barras?
- 10 El precio de 9 billetes de autobús es 10 €. ¿Cuál será el precio de 12 billetes?  
¿Y de 15 billetes?
- 11 Si 5 botellas de leche cuestan 3,75 €, ¿cuánto costará una caja de 12 botellas?  
¿Y una caja de 36 botellas?

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**Magnitudes inversamente proporcionales**

- Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando:
  - Al **aumentar** una magnitud el doble, el triple..., la otra **disminuye** el doble, el triple...
  - Al **disminuir** una magnitud la mitad, la tercera parte..., la otra **aumenta** la mitad, la tercera parte...
- Al multiplicar (o dividir) uno de los valores de una magnitud por un número, el valor correspondiente de la otra magnitud queda dividido (o multiplicado) por el mismo número.

**EJEMPLO**

Un grifo vierte 3 litros de agua cada minuto, tardando 15 minutos en llenar un tonel. Si aumentamos el caudal a 6 litros por minuto, tardará 7,5 minutos en llenarlo. Si lo aumentamos a 9 litros por minuto, lo llenará en 5 minutos. Si lo aumentamos a 12 litros por minuto, tardará 3,75 minutos, etc.

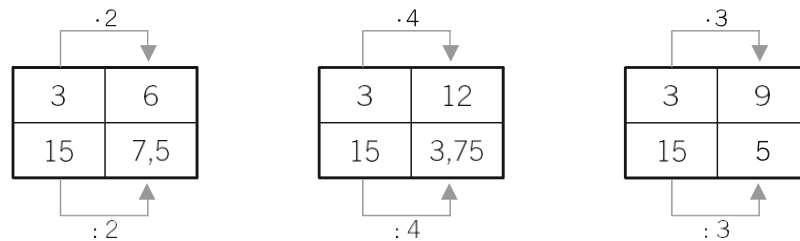
- Distinguimos dos magnitudes: caudal de agua (en litros por minuto) y tiempo (en minutos) en llenar el tonel.
  - Al aumentar el número de litros por minuto, disminuye el tiempo en que se llenaría el tonel.
  - Si disminuye el caudal, aumenta el tiempo.
  - Son magnitudes inversamente proporcionales:

<b>CAUDAL (litros/minuto)</b>	3	6	9	12
<b>TIEMPO (minutos)</b>	15	7,5	5	3,75

- Vemos que en las razones de las proporciones se invierte el orden.

$$\frac{3}{6} = \frac{7,5}{15} = 0,5 \qquad \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = 0,3 \qquad \frac{12}{6} = \frac{7,5}{3,75} = 2$$

- Al multiplicar (o dividir) uno de los valores, el valor correspondiente queda dividido (o multiplicado) por el mismo número.



**1 Indica si las siguientes magnitudes son o no inversamente proporcionales.**

- La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.
- El número de limpiadores de un edificio y el tiempo que tardan.
- El número de ladrillos de una pared y su altura.
- El peso de la fruta y el dinero que cuesta.
- La velocidad de un corredor y la distancia que recorre.
- El número de grifos de un depósito y el tiempo que tarda en llenarse.

**2** Completa las siguientes tablas de valores.

a)

5	10	20	4		
60	30			25	5

c)

8			3	1	6
3	12	4			

b)

1	2		4		
36		12		6	4

d)

6	3	21	7		1
7				1	

**EJEMPLO**

**10 albañiles tardan 45 días en construir un muro. Si se quiere terminar la obra en 15 días, ¿cuántos albañiles harían falta?**

- Las magnitudes son número de albañiles y días de trabajo.
- Son inversamente proporcionales: si queremos realizar la obra en menos tiempo, habría que aumentar el número de albañiles.

Lo resolvemos de la siguiente manera.

$$\frac{10}{x} = \frac{15}{45} \rightarrow 10 \cdot 45 = x \cdot 15 \rightarrow 450 = 15x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{450}{15} = \frac{15x}{15} \quad x = 30$$

Harían falta 30 albañiles para terminar el trabajo en 15 días.

**3** Averigua el número de albañiles que realizarían el trabajo anterior si se quiere terminar en 5 días.

**4** Un depósito de agua se llena en 18 horas con un grifo del que salen 360 litros de agua cada minuto.

- a) ¿Cuánto tardaría en llenarse el depósito si salieran 270 litros por minuto?  
 b) ¿Y si fueran 630 litros por minuto?

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**SIGNIFICADO DEL PORCENTAJE, TANTO POR CIENTO (%)**

- Fíjate en las siguientes frases.  
 «El equipo ganó este año el 85 % de los partidos».  
 «El 9 % de los alumnos de la clase superan los 13 años».
- En la vida diaria se utilizan los números mediante expresiones de porcentaje.
- Expresar un determinado **tanto por ciento** (85 %, 9 %) de una cantidad (partidos, alumnos) consiste en dividir esa cantidad en 100 partes y coger, tomar, indicar, señalar... el tanto indicado.

**EJEMPLO**

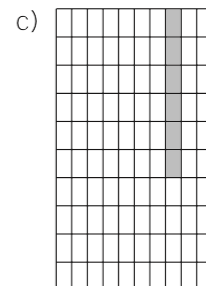
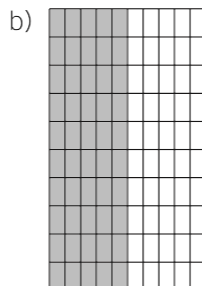
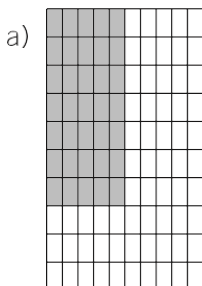
	%	SIGNIFICADO	FRACCIÓN	VALOR	SE LEE
El equipo ganó el 85 % de los partidos	85	85 de cada 100	$\frac{85}{100}$	0,85	85 por ciento
El 9 % de los alumnos superan los 13 años	9	9 de cada 100	$\frac{9}{100}$	0,09	9 por ciento

**1** Completa la siguiente tabla.

%	SIGNIFICADO	FRACCIÓN	VALOR	SE LEE
7				
			0,15	
		$\frac{38}{100}$		
	4 de cada 100			

**2** Expresa la fracción y el tanto por ciento que representa la zona coloreada.

FRACCIÓN			
%			





**PORCENTAJE DE UNA CANTIDAD**

Recordando el concepto de fracción de una cantidad, el **tanto por ciento de una cantidad** se puede calcular de dos maneras:

- 1.ª Multiplicando la cantidad por el tanto por ciento y dividiendo entre 100.
- 2.ª Dividiendo la cantidad entre 100 y multiplicando por el tanto por ciento.

**EJEMPLO**

Enrique ha comprado unas zapatillas en las rebajas. Las zapatillas marcaban un precio de 60 €, pero le han realizado un descuento del 15% ¿Cuántos euros le han rebajado del precio inicial?

$$15\% \text{ de } 60 \left\{ \begin{array}{l} \frac{(15 \cdot 60)}{100} = \frac{900}{100} = 9 \text{ € le han descontado.} \\ \frac{60}{100} \cdot 15 = 0,6 \cdot 15 = 9 = 9 \text{ € le han descontado.} \end{array} \right.$$

Un caso particular de los tantos por ciento de una cantidad son los **aumentos** y **disminuciones porcentuales**, que consiste en sumar o restar el tanto por ciento a la cantidad a la que se le aplica.

**EJEMPLO**

Después de realizar el descuento al precio de las zapatillas, ¿cuánto pagó Enrique por ellas?

Una vez realizado el descuento, se resta a la cantidad lo que valía el artículo.

$$60 - 9 = 51 \text{ €}$$

Por tanto, Enrique pagó 51 € por las zapatillas.

**3 Expresa los números en porcentajes.**

a)  $0,16 =$

c)  $0,03 =$

e)  $0,625 =$

b)  $\frac{4}{5} =$

d)  $\frac{7}{8} =$

f)  $0,25 =$

**4 Calcula el 37,5 % de 50.****5 El número de chicos del total de alumnos de 1.º ESO es el 80 % del número de chicas. Si hay 30 chicas, ¿cuántos chicos son?**

Fíjate en el razonamiento:

Los chicos son el 80 % de las chicas, es decir, el 80 % de 30.

$$80\% \text{ de } 30 = \frac{80}{100} \text{ de } 30 = \frac{80}{100} \cdot 30 =$$

### **Objetivo 01. Operaciones con potencias de números naturales.**

Estudiar las "Operaciones con potencias" (Punto 3 del Tema 2 del libro. Páginas 49, 50 y 51):

- 1.- Potencia de un producto.
- 2.- Potencia de un cociente.
- 3.- Producto de potencias de la misma base.
- 4.- Cociente de potencias de la misma base.
- 5.- Potencia de otra potencia.
- 6.- Potencia de exponente cero.

Tenéis que aprenderos las fórmulas de esas propiedades para poder aplicarlas y hacer las actividades de esas páginas (49, 50 y 51) del libro.

Los ejercicios se copiarán en el cuaderno (con sus enunciados), se resolverán y se enviarán con fotos adjuntas a esta tarea como siempre.

### **Objetivo 02. Operaciones con potencias de números enteros.**

Estudiar la teoría de las páginas 94 y 95 (no la de raíces).

Hacer los ejercicios de potencias de las páginas:

pag. 95 --> todos los que no sean de raíces.

pag. 97 --> ejercicios 15 y 27

pag. 98 --> ejercicio 28.

### **Objetivo 03. Raíces exactas y enteras. Raíces de números enteros**

Ejercicios:

- Página 53: ejercicios 3 y 7. (Raíces exactas y enteras)
- Página 54: ejercicio 10. (Algoritmo de cálculo de raíces cuadradas)
- Página 97: ejercicio 16. (Raíces de números enteros)